Encuentro Distrital de Educación Matemática EDEM. Volumen 5, año 2018. ISSN 2422-037X (en línea).

# EDEM5

## En las localidades

**Tema :**

Reflexiones sobre la labor del profesor de matemáticas y estadística

**Lugar :**

Colegio INEM
Francisco de Paula Santander
Bogotá

**Dirección :**

Calle 39c sur No. 79-08

**Fecha :**

Septiembre 28 y 29 de 2018

**Organiza :**

Licenciatura en Matemáticas

Facultad de Ciencias y Educación

Universidad Distrital

http://comunidad.udistrital.edu.co/5edem/

## CURSOS INVITADOS



## TALLERES

## PÓSTERES

**MEMORIAS EDEM V. Quinto Encuentro:**

**"Reflexiones sobre la labor del profesor de matemáticas y estadística"**

**COMPILADORA:**

Angélica Alexandra Ocampo Yepes

**COMITÉ ORGANIZADOR:**

**UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS**

**LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS**

Pedro Rocha Salamanca
Luís Ángel Bohórquez Arenas
Paola Alejandra Córdoba Villamil
José Torres Duarte
Jhon Bello Chávez
Norma Adriana Álvarez
Jorge Edwin Moreno
María Cristina Zarate Rodríguez
Angélica Alexandra Ocampo Yepes

**COMITÉ CIENTÍFICO DE EVALUACIÓN:**

Luís Ángel Bohórquez Arenas
José Torres Duarte
Jhon Bello Chávez
Norma Adriana Álvarez
Jorge Edwin Moreno

# PRESENTACIÓN

Son ya cinco encuentros de Educación Matemática EDEM, los que ha organizado la Universidad Distrital. El quinto encuentro nos ha dejado una gran cantidad de experiencias académicas, conocimientos y el poder relacionarnos con la comunidad académica que se preocupa por los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en el distrito especial.

Muchas actividades desarrollaron durante este quinto evento, podemos resaltar algunas; entre ella el merecido homenaje por toda una trayectoria de vida académica e investigativa a la profesora Neila Sánchez. Escuchar a los integrantes de la licenciatura, interpretando con destreza el himno de la universidad llenó de emoción a los asistentes, particularmente a los egresados. La conferencia inaugural presentada por el profesor Francisco Camelo Bustos, así como la final por el profesor Jhon Helver Bello, resultaron de mucho interés para los participantes. También realizamos seis cursos cortos, seis talleres y once conferencias paralelas y un debate sobre el "Pensamiento crítico en la formación de profesores y su incidencia en la escuela" actividad que causa mucha impresión en el evento.

Por último, es necesario agradecer al rector del colegio Iném Francisco de paula Santander (IED) profesor Jorge Alfonso Pérez Gutiérrez, a los estudiantes de la licenciatura que colaboraron en la logística del evento, al comité organizador y a las asistentes Sandra Fonseca, Bibiana Morales y Angélica Ocampo.

Pedro Rocha Salamanca

Coordinador

## AUTORES POR NOMBRE

## Contenido

## CURSOS INVITADOS

# ¡ERRORES A LA VISTA! VARIABLE ESTADÍSTICA Y SUS ESCALAS DE MEDICIÓN

**Ingrith Álvarez Alfonso**

ialvarez@pedagogica.edu.co, Universidad Pedagógica Nacional (Bogotá, Colombia)

**Maritza Méndez Reina**

mmendezr@pedagogica.edu.co, Universidad Pedagógica Nacional (Bogotá, Colombia)

## RESUMEN

*En este espacio de formación se espera que los participantes reconozcan los posibles errores y dificultades en los que pueden incurrir cuando abordan el estudio de variables estadísticas y sus escalas de medición, para posteriormente verificar a través de micro-diseños si tales errores hacen parte de los procesos de enseñanza que podrían llevar al aula, con el fin de caracterizarlos y proponer acciones concretas, en las que participan los asistentes, para superar dichos errores o por lo menos tomar conciencia de los mismos en futuras planeaciones e intervenciones que se lleven a cabo en el aula de estadística.*

## PALABRAS CLAVE

Variable estadística; Escalas de medición; Errores y dificultades; Implicaciones en aula

## TEMÁTICAS

Educación Estadística en el ámbito escolar y en la formación inicial y continuada de profesores de matemáticas.

## OBJETIVOS

El objetivo general de la propuesta gira en torno a la concientización por parte de los docentes en formación y docentes en ejercicio, acerca de los errores relacionados con el objeto variables estadísticas y sus escalas de medición. El reconocimiento de tales errores en el ámbito del conocimiento de contenido de los docentes, ha de redundar en los diseños e intervenciones que se lleven a cabo en el aula de la educación básica, procurando por una mejora de la educación estadística de la comunidad académica inherente a este proceso (docentes y estudiantes).

## REFERENTES TEÓRICOS BÁSICOS

Se centra la atención en el objeto de estudio variable estadística y sus escalas de medición, orientado por el análisis de contenido realizado por Méndez, Valero y Álvarez (2015), tal y como se presenta en la Figura 1 en donde se muestran las relaciones conceptuales y las relaciones entre los sistemas de representación asociados a tal objeto.

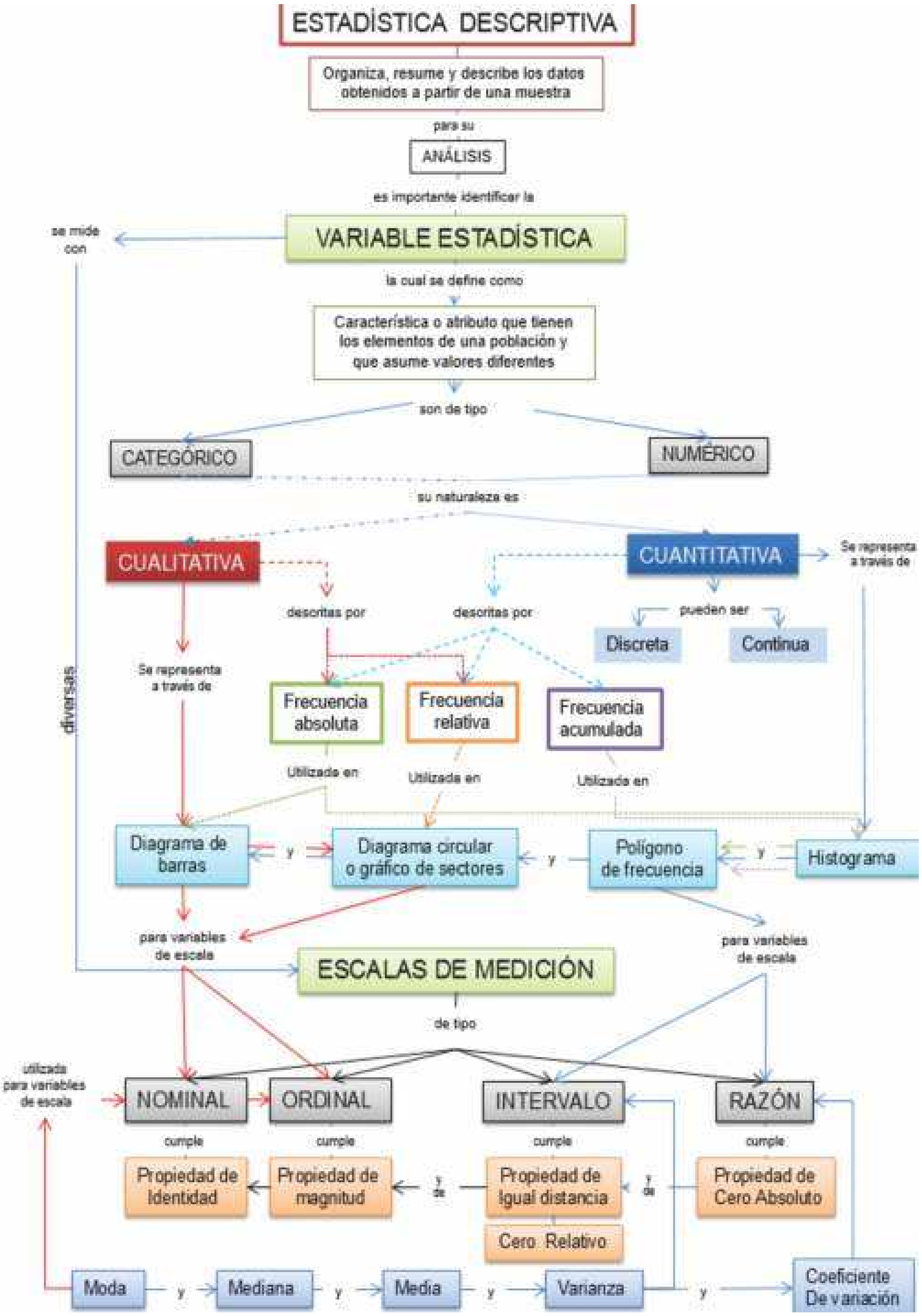



**Figura 1.** Análisis de contenido acerca de variable estadística y sus escalas de medición (Méndez, Valero y Álvarez, 2015)

## Variable estadística

Batanero y Godino (2001) afirman que "la Estadística Descriptiva, se utiliza para describir los datos, resumirlos y presentarlos de forma que sean fáciles de interpretar" (p. 4), por ende en el análisis de datos se requiere prestar atención al tipo de variables estadísticas inmersas en el estudio y las escalas de medición relacionadas con las mismas, ya que tales variables son utilizadas para representar distintos tipos de características o atributos de la población, y por su naturaleza pueden ser categóricas o numéricas, también llamadas cualitativas o cuantitativas respectivamente.

## Escalas de medición

Las variables estadísticas se pueden medir con cuatro tipos de escalas de medida, las cuales están relacionadas con los valores que toma la variable y determinan los posibles análisis estadísticos que se puedan llevar a cabo. El nivel de medida de una variable estadística, también llamado escala de medición, es una clasificación que permite describir la naturaleza de la información contenida dentro de los objetos de estudio y, por tanto, dentro de una variable estadística. Las escalas de medición son: nominal, ordinal, de intervalo y de razón, las cuales con sus características y propiedades se resumen en la Tabla 1., tomada de Merli (2010).

| *Escala de Medición* | *Propiedad Sistema Numérico* | *Operación Matemática* | *Operación Estadística* | *Ejemplos* |
|---|---|---|---|---|
| Nominal | Identidad | Contar | Frecuencias<br>Moda | Sexo |
| Ordinal | Magnitud | Ordenar | Mediana<br>Rango | Nivel Educativo<br>Dureza de Minerales |
| Intervalo | Distancia | Suma<br>Resta | Media<br>Varianza | Temperatura |
| Razón | Cero Absoluto | Multiplicación<br>División | Coeficiente<br>Variación | Peso, Longitud<br>Ingreso, Precio |

*Tabla acumulativa. Las propiedades de una escala incluyen todas las propiedades de la escala anterior

**Tabla 1.** Principales características y propiedades de las escalas de medición. (Merli, 2010)

## Errores relacionados con variable estadística y sus escalas de medición

A partir de un experimento de enseñanza desarrollado por Méndez y Valero (2014) con estudiantes de noveno grado de la educación colombiana, y una adaptación del mismo llevado a cabo por Hernández y Álvarez (2017) con maestros de matemáticas en formación inicial, se describen en la Tabla 2, los errores asociados a la comprensión de variables estadísticas y escalas de medición, según las dificultades que los generan.

| DIFICULTADES | ERRORES ACERCA DE VARIABLE ESTADÍSTICA Y ESCALA DE MEDICIÓN |
|---|---|
| D1<br>Confusión de nociones en torno a la variable Estadística. | Confundir conceptos como: caso, variable, frecuencia. |
| | Confundir la variable estadística con la(s) frecuencia(s). |
| | Confundir el tamaño de la muestra de un estudio estadístico con la variable estadística. |
| | Confundir la variable estadística con los valores que puede tomar la variable. |
| | Confundir dato con variable. |
| | Confusión entre frecuencia y valor de la variable (Wu, 2004). |
| | Clasificar de manera incorrecta la variable estadística considerando la naturaleza de los datos.<br>Clasificar las variables cualitativas como cuantitativas cuando los valores de la variable son números utilizados como códigos. |
| | No identificar la escala de medición en la cual se encuentra la variable de un estudio estadístico. |
| | No reconocer las propiedades de las variables cualitativas medidas en escala nominal. |
| | No reconocer las propiedades de las variables cualitativas medidas en escala ordinal. |
| | No reconocer las propiedades de las variables cuantitativas medidas en escala de intervalo. |
| | No reconocer las propiedades de las variables cuantitativas medidas en escala de razón. |
| | Clasificar de forma incorrecta las variables estadísticas cuantitativas en discretas o continuas sin considerar como se presentan los valores de la variable. |
| | No identificar la variable estadística inmersa en situaciones o estudios estadísticos. |
| | Asignar la naturaleza (cualitativa o cuantitativa) a una situación donde no existe variable estadística. |
| | Asignar la característica de continuo o discreto a una variable estadística de naturaleza cualitativa. |
| D2<br>Elección incorrecta del tipo de gráfico de acuerdo con la variable estadística involucrada y la escala en la cual se encuentra. | Falta de claridad de la relación que existe entre la naturaleza de los datos y los diferentes gráficos estadísticos que son apropiados utilizar. |
| | No diferenciar entre los rectángulos de un gráfico de barras y del histograma (Pinto, 2010). |
| D3. No correspondencia entre el tipo de variable estadística y las medidas de tendencia central empleadas en análisis estadísticos | Calcular la media y la mediana en datos cualitativos nominales. |
| | Calcular la media en variables cualitativas medidas en escala nominal. |
| | Calcular la mediana en variables cualitativas medidas en escala nominal. |
| | No relacionar la naturaleza de los datos con el análisis que puede hacerse a través de las medidas de tendencia central. |
| | Calcular la media en variables cualitativas medidas en escala ordinal. |
| | Hallar la mediana en variables cualitativas medidas en escala ordinal con número de datos par y valores medios diferentes. |
| | Hallar la media de las frecuencias de los valores de la variable estadística. |
| | No reconocer la posibilidad de cálculo de la mediana en distribuciones para datos agrupados de variables cuantitativas. |

**Tabla 2.** Errores asociados a la comprensión de variables estadísticas y escalas de medición.

## PROPUESTA DE ACTIVIDADES

El espacio de formación se ha de desarrollar en cinco grandes momentos. El primer momento está destinado para que de manera individual los participantes desarrollen un Taller (Anexo A.) en el cual se abordan situaciones relacionadas con estudios estadísticos y a través de las cuales se pretende identificar cuáles son los errores que se comenten al clasificar el tipo de variable estadística, la escala de medición que le corresponde según su naturaleza, las medidas de tendencia central que se pueden calcular y los gráficos estadísticos asociados al tipo de variable estadística. En un segundo momento se centra la atención en la formulación/diseño de un corto enunciado (tarea, ejercicio, problema) que los participantes, de manera individual, proponen llevar al aula de matemáticas de la educación básica, con el fin de abordar el objeto de estudio propio del taller, solicitándoles que tomen una foto de tal producción para trabajar con ella posteriormente; cerrando así la primera sesión del curso.

En la segunda sesión, el tercer momento del taller gira entorno a la socialización de las respuestas relacionadas en la prueba de caracterización, espacio que ha de llevar a que se reconozcan los errores cometidos y se formalice parte del conocimiento estadístico presentado en el análisis de contenido del marco de referencia. Posterior a esto, en el cuarto momento, los participantes tendrán la oportunidad de dedicar un espacio de tiempo a reformular el enunciado propuesto al final de la sesión anterior, teniendo como insumos la primera formulación y el conocimiento institucionalizado en el tercer momento, con el fin de cerrar, en el un quinto momento con breves exposiciones de las versiones finales, comparadas con las propuestas en la primea sesión, haciendo explícitas las relaciones entre los errores evidenciados durante la caracterización, los errores implícitos en los diseños de instrucción (enunciados), y si estos se mantienen una vez se ha generado la nueva versión de los mismos.

## REFERENCIAS


Álvarez, D. A., & Hernández, J. E. (2017). Dificultades y errores en relación con la variable estadística y sus escalas de medición en estudiantes de sexto semestre de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional. Trabajo de grado para optar al título de Magister en Docencia de la Matemática. Universidad Pedagógica Nacional, Colombia.

Batanero, C., & Godino, J. (2001). Análisis de datos y su didáctica. Grupo de Investigación en Educación Estadística Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada. Granada, España. Recuperado de http://www.ugr.es/~batanero/ARTICULOS/Apuntes.pdf.

Méndez, M., Valero, N., & Álvarez, I. (2015). Experimento de enseñanza para la superación de dificultades y errores referidos a la variable estadística y sus escalas de medición. En J.M. Contreras, C. Batanero, J.D. Godino, G.R. Cañadas, P. Arteaga, E. Molina, M.M. Gea y M.M. López (Eds.), *Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria*, *2(II)*, 325-337). Granada, España: Grupo de Investigación en Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM).

Méndez, M., & Valero, N. D. (2014). Experimento de enseñanza para la superación de algunas dificultades y errores referidos a la variable estadística y sus escalas de medición. Trabajo de grado para optar al título de Magister en Docencia de la Matemática. Universidad Pedagógica Nacional, Colombia, Disponible en: http://funes.uniandes.edu.co/10748/1/M%C3%A9ndez2014Experimento.pdf

Merli, G. (2010). Escalas de medición en Estadística. *Telos*, *12*(2), 243–247. Recuperado de http://www.redalyc.org/pdf/993/99315569009.pdf.

# [1]PRUEBA DE CARACTERIZACIÓN

Nombre: ___________________________________ Fecha: __________

**1.** Determine en cada situación, si se presenta o no una variable estadística. De ser variable estadística, clasifíquela ya sea cualitativa, cuantitativa, continua o discreta.

| | **¿Variable estadística?** | | **Clasificación** | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **Situación** | **No** | **Si** | **Cualitativa** | **Cuantitativa** | **Continua** | **Discreta** |
| La edad mínima para votar por primera vez. | | | | | | |
| El número de llamadas que realiza Jairo desde su celular en un mes. | | | | | | |
| La posición en el campo de fútbol de 10 jugadores seleccionados al azar de los equipos de la copa Confederaciones 2017. | | | | | | |
| La máxima calificación que puede tener un estudiante en un parcial, calificado de 0 a 10. | | | | | | |
| El color de cabello que tienen 20 estudiantes de un colegio de Bogotá seleccionados al azar. | | | | | | |
| La cantidad de hermanos que usted tiene. | | | | | | |
| El tiempo que se gasta usted desde su casa hasta la UDFC sede Macarena A | | | | | | |
| La calificación que dan los estudiantes a los docentes del Departamento de Matemáticas del UDFC sede Macarena A | | | | | | |
| La edad máxima para pensionarse actualmente en Colombia. | | | | | | |
| El número de goles anotados por Ronaldo en el mundial de 2002. | | | | | | |

**2.** En cada situación identifique la variable estadística a estudiar, su naturaleza (cualitativa o cuantitativa) y su escala de medición (nominal, ordinal, de intervalo o de razón).

[1] Los talleres propuestos para este curso, son producto de adaptaciones realizadas al material construido y usado en los trabajos de grado desarrollados en el Departamento de Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional, dirigidos por Ingrith Álvarez Alfonso, así:

Méndez, M., & Valero, N. D. (2014). Experimento de enseñanza para la superación de algunas dificultades y errores referidos a la variable estadística y sus escalas de medición. (Trabajo de grado para optar al título de Magister en Docencia de la Matemática). Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá, Colombia.

Álvarez, D. A., & Hernández, J. E. (2017). Dificultades y errores en relación con la variable estadística y sus escalas de medición en estudiantes de sexto semestre de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional. (Trabajo de grado para optar al título de Licenciado en Matemáticas). Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá, Colombia.

| | Variable estadística | Cualitativa o cuantitativa | Escala de medición |
|---|---|---|---|
| El gerente de ventas de un supermercado organiza un estudio para determinar la marca de aceite usado en la cocina. Tal estudio se lleva a cabo en la zona norte de Bogotá y se realiza con 180 familias de clase media. | | | |
| La temperatura promedio de las regiones colombianas | | | |
| En una encuesta a un grupo de integrantes de las fuerzas armadas de Colombia se preguntó ¿Qué rango militar tiene? Las opciones de respuesta fueron: General, Coronel, Capitán y Sargento. | | | |
| La calificación de 35 parciales donde las notas van de 0 a 100. | | | |
| En un estudio sobre las diferentes dimensiones de los apartamentos de la ciudad de Medellín, se toman como muestra tres proyectos aprobados en diferentes estratos sociales. | | | |
| En un estudio sobre la cantidad de mascotas que tienen en su casa los estudiantes de veterinaria de la Universidad Nacional de Colombia, se selecciona una muestra representativa de cada curso y se aplica la encuesta. | | | |

**3.** Se seleccionó una muestra de 705 conductores de colectivos de todo el país y se mostró el número de accidentes de tránsito que tuvieron durante 4 años. La Dirección Nacional de Tránsito suministra la siguiente información:

| **Nº de Accidentes** | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Nº de Conductores** | 114 | 157 | 158 | 115 | 78 | 44 | 21 | 7 | 6 | 1 | 2 | 1 |

Teniendo en cuenta la anterior información, seleccione la opción que corresponde a la variable estadística tenida en cuenta:

**a.** 705 conductores
**b.** Número de Accidentes
**c.** Número de Conductores
**d.** 4 años

**4.** El profesor de la clase de estadística presenta la siguiente situación a sus estudiantes, y pide identificar cuál es la variable estadística involucrada.

> Un objeto pequeño se pesó con un mismo instrumento, separadamente, por 9 estudiantes en una clase de física. Los pesos obtenidos por cada estudiante (en gramos) fueron:
> 6,2 6,0 6,0 15,3 6,1 6,3 6,2 6,15 6,2

Julián dice a sus compañeros: *¡lo tengo! La variable estadística es 6,2 6,0 6,0 15,3 6,1 6,3 6,2 6,15 6,2, respectivamente.*

¿Qué opina acerca de la afirmación de Julián?
¿La afirmación es correcta? ___________ ¿Por qué? ____________________________________________________________________________
______________________________________________________________________________
______________________________________________________________________________

**5.** Se escoge una muestra de 4949 pacientes y se quiere estudiar el hábito de fumar de las personas que ingresan al hospital La Samaritana.

La siguiente gráfica muestra los resultados:


Gráfica Tomada de: https://www.fisterra.com/mbe/investiga/graficos/graficos.asp#

Teniendo en cuenta la anterior información, seleccione la opción que indica los valores de la variable “*Hábito de fumar”,* considerada en el estudio:

a. 1153, 2156 y 1640 personas
b. 23%, 44% y 33% de la muestra
c. Antiguo fumador, No fumador y Fumador

**1.** Durante una prueba de admisión para estudiar Estadística, se plantean cuatro situaciones a dos aspirantes, quienes deben señalar cuál es el gráfico más adecuado para representar la información. Observe las respuestas de los aspirantes y argumente sobre quién tiene la razón.

| **Situación** | **¿Gráfico de barras o Histograma?** | | |
|---|---|---|---|
| | **Estudiante 1** | **Estudiante 2** | **¿Quién tiene la razón? ¿Por qué?** |
| Se quiere comparar los ingresos del mes de abril de cinco compañías distintas. | *Histograma* | *Gráfico de barras* | |
| Se han medido los ingresos en el mes de julio de varias empresas. Queremos comparar el número de compañías que tienen ingresos entre 0 y 1.000.000; entre 1.000.000 y 2.00.000, entre 2.00.000 y 3.000.000, y así sucesivamente. | *Gráfico de barras* | *Histograma* | |
| Se quiere registrar la edad de 50 personas que transitan por la Calle 72 de la ciudad de Bogotá. | *Histograma* | *Gráfico de barras* | |

**6.** Para cada una de las situaciones, complete la información solicitada.

***Situación A.*** La tabla muestra el nivel de desempeño en un grupo de estudiantes de grado noveno en la asignatura de Estadística.

| **Nivel de desempeño** | **Número de estudiantes** |
|---|---|
| Muy superior | 2 |
| Superior | 10 |
| Alto | 7 |
| Medio | 16 |
| Bajo | 10 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| **Variable estadística inmersa en el estudio** | | | |
| **Naturaleza de la variable estadística (cualitativa o cuantitativa)** | | | |
| **Escala de medición de la variable estadística** | | | |
| **Tipos de gráficos estadísticos que se pueden usar para representar la información, según la variable estadística** | | | |
| **Medidas de tendencia central (media, mediana y moda) que son posibles de hallar** | **Si** | **No** | **¿Por qué?** |
| **Media** | | | |
| **Moda** | | | |
| **Mediana** | | | |

***Situación B.*** En el almacén Sport Bike hacen un inventario de las camisetas existentes en bodega de acuerdo a los nombres de los ciclistas más populares.

| Nombre | Número de camisetas |
|---|---|
| Nairo | 80 |
| Chaves | 55 |
| Puma | 24 |
| Uran | 46 |
| Valverde | 64 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| **Variable estadística inmersa en el estudio** | | | |
| **Naturaleza de la variable estadística (cualitativa o cuantitativa)** | | | |
| **Escala de medición de la variable estadística** | | | |
| **Tipos de gráficos estadísticos que se pueden usar para representar la información, según la variable estadística** | | | |
| **Medidas de tendencia central (media, mediana y moda) que son posibles de hallar** | **Si** | **No** | **¿Por qué?** |
| **Media** | | | |
| **Moda** | | | |
| **Mediana** | | | |

***Situación C.*** En un puesto de control de tránsito en una autopista, se midió la velocidad con la que se movilizan los vehículos, obteniendo los siguientes datos:

| Velocidad (km/h) | Número de vehículos |
|---|---|
| [100,110) | 15 |
| [110,120) | 35 |
| [120,130) | 20 |
| [130,140] | 10 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| **Variable estadística inmersa en el estudio** | | | |
| **Naturaleza de la variable estadística (cualitativa o cuantitativa)** | | | |
| **Escala de medición de la variable estadística** | | | |
| **Tipos de gráficos estadísticos que se pueden usar para representar la información, según la variable estadística** | | | |
| **Medidas de tendencia central (media, mediana y moda) que son posibles de hallar** | **Si** | **No** | **¿Por qué?** |
| **Media** | | | |
| **Moda** | | | |
| **Mediana** | | | |

# LA ALQUIMIA DE HACER DE LA PRÁCTICA UNA TEORÍA

**Luisa Fernanda Cortés Navarro**

profesoraluisafcn@gmail.com, Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Bogotá –Colombia)

**José Torres Duarte**

jotorresd@udistrital.edu.co, Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Bogotá –Colombia)

## RESUMEN

*El presente curso corto pretende ofrecer a profesores de matemáticas, en formación o en ejercicio, herramientas conceptuales y metodológicas para impulsar procesos de reflexión, de crítica y teorización de sus prácticas, pues se considera de suma importancia para los profesores la idea de hacer de dichas prácticas fuente de conocimientos y transformaciones personales, colectivas y sociales derivadas de su sistematización.*

*En tal sentido, se abordarán razones por las cuales es deseable reflexionar, criticar y sistematizar las experiencias prácticas propias o de otros profesores; se propondrán algunas prácticas en particular susceptibles de ser sistematizadas y se pondrán en consideración de los asistentes algunas técnicas particulares de sistematización de experiencias.*

*Se espera que al finalizar el curso cada uno de los participantes esté más atento a considerar como posibilidad de mejora profesional la sistematización de experiencias y tenga algunos elementos para realizar tal proceso.*

## PALABRAS CLAVE:

Sistematización de experiencias, Enfoque sociocultural y político, Prácticas reflexivas desde el relato, Crítica.

## TEMÁTICAS

- Qué es una sistematización de experiencias y por qué resulta relevante como ejercicio de reflexión para los profesores de matemáticas.
- Tipos, técnicas y estrategias metodológicas en sistematización de experiencias.
- Aprendizajes y socialización de la sistematización de experiencias: Hacer de la práctica una teoría.

## OBJETIVOS

Aportar a profesores de matemáticas en formación o en ejercicio:

- Aspectos teóricos y metodológicos sobre la sistematización de experiencias como herramienta para impulsar procesos de cambio y apropiación social de conocimientos, en diálogo con y para las comunidades circundantes dentro y fuera de las instituciones educativas.
- Reflexiones sobre el proceso y resultados de la sistematización de experiencias para producir conocimientos, proponer propuestas diferentes en educación matemática y socializar resultados.

## REFERENTES TEÓRICOS BÁSICOS

Asumimos el postulado epistémico de Merleau-Ponty (1985) "Ser en el mundo" según el cual supera las anacrónicas discusiones epistemológicas que separan teoría de la práctica, así como el sujeto del objeto y la acción de la reflexión. "Ser en el mundo" es reconocer que sujeto, su ser, su cuerpo incluso, es medio para percibir, experimentar, para significar en la inmanencia -dicha inmanencia remite a significaciones constituidas sobre el momento y lugar de la experiencia del sujeto, sobre el aquí y el ahora de los fenómenos y no sobre idealizaciones, modelos o representaciones trascendentales de conceptos abstractos-. "Ser en el mundo" es el reconocimiento que conocemos en tanto que vivimos.

En este sentido, las prácticas o lo que hemos denominado aquí, las experiencias, particularmente las experiencias de la práctica de enseñar matemáticas, resultan ser una apertura y encuentro con un saber no reflexivo entre la intencionalidad de sujetos profesores de matemáticas y un campo de conocimiento que se presenta abierto e inacabado. Así, aprender a enseñar matemáticas, puede ser en términos de "Ser en el mundo" un saber implícito derivado de la experiencia de ser profesor o estudiar para serlo. Ser experiencia a su vez "es comunicar interiormente con el mundo y los otros, ser como ellos, en lugar de estar con ellos" (Merleau-Ponty, 1985). En consecuencia, el aprender a enseñar matemáticas es esa comunicación constante entre la experiencia y la conciencia hecha en el ser profesor de matemáticas.

Por tanto, resulta importante que dentro de los procesos de formación de profesores se haga presente la reflexión frente a la necesidad de un maestro que desde una actitud de observación, consulta y lectura crítica de los diferentes contextos sociales en los que se ha consolidado el proyecto escolar en nuestro país, esté en capacidad de tomar distancia frente a los esquemas dominantes que reducen la Escuela a un escenario en el proceso educativo y pasen a resignificarlo desde una comprensión más amplia, en la que, como señala Pérez (2010), se la reconozca como un espacio orgánico y de potenciación de los entrecruzamientos culturales que la convierten en un espacio reflexivo que no reproduce una realidad simulada, sino que posibilita a los maestros y sus estudiantes materializar propuestas de deliberación, transformación social y autogestión con un alto impacto hacia las comunidades, para las que esa conciencia encarnada en el ser profesor de matemáticas puede ser lograda por medio de la sistematización de experiencias, entendida como :

> (...) un proceso de apropiación social de aprendizajes y conocimientos construidos mediante la interpretación crítica de las experiencias, que se produce en primer lugar por la participación activa y protagónica de quienes forman parte de la experiencia, (...) la Sistematización de Experiencias es esencialmente y a nuestro entender, una reflexión crítica con propósitos transformadores, que favorece un proceso de aprendizaje y construcción social de conocimientos por parte de las personas que han protagonizado la experiencia, así como también favorece la concepción de acciones para la transformación social. (Capó, y otros, 2010).

## PROPUESTA DE ACTIVIDADES

Como parte de este ejercicio de alquimia que se propone a los asistentes, partimos de la comprensión de la Sistematización de experiencias como un proceso dinámico en el que el maestro se pliega en sí mismo y en el relato pedagógico que encarna desde diversos aspectos sociales, emocionales y culturales.

En un primer momento, tras desplegar algunos referentes de tipo teórico y conceptual que permitan contextualizar la importancia del proceso de Sistematización de experiencias y su relación con la educación popular crítica, que para el caso del presente curso denominamos

"Etapa de alistamiento"; Un segundo momento de tipo práctico y reflexivo denominado "trabajo in situ" en el que a través de tres actividades diferentes se identificará y delimitará una posible experiencia a considerar y un tercer momento que bajo el título de "Balance y proyección", sugiere a los asistentes, retomar los insumos emanados de la recuperación del relato pedagógico en el aula de matemáticas, con el fin de establecer de manera colectiva qué aspectos pueden ser relevantes para el mejoramiento de la práctica pedagógica en matemáticas en contextos con dinámicas sociales y culturales tan diversas como el colombiano, así mismo proyectar en qué medida, el reconocimiento de los profesionales de la educación del potencial de sus propias prácticas desde el trabajo en el aula puede contribuir en el fortalecimiento de las comunidades en las que se desempeñan.


Figura 1. Fases de desarrollo de una propuesta de sistematización en 3 pasos.

En el siguiente esquema presentamos de manera sintética los aspectos a desarrollar en actividades de aplicación práctica en las que los asistentes, podrán sintetizar e identificar los elementos más relevantes dentro de su relato pedagógico escogido, así como la contextualización, planeación y delimitación de lo que ya en el segundo día se trabajará como bosquejo de relato de Sistematización, mismo con el que se termina dando paso al momento de "Balance y proyección", que tendrá en la guía de descripción, reflexiones y perspectivas su punto de consolidación.

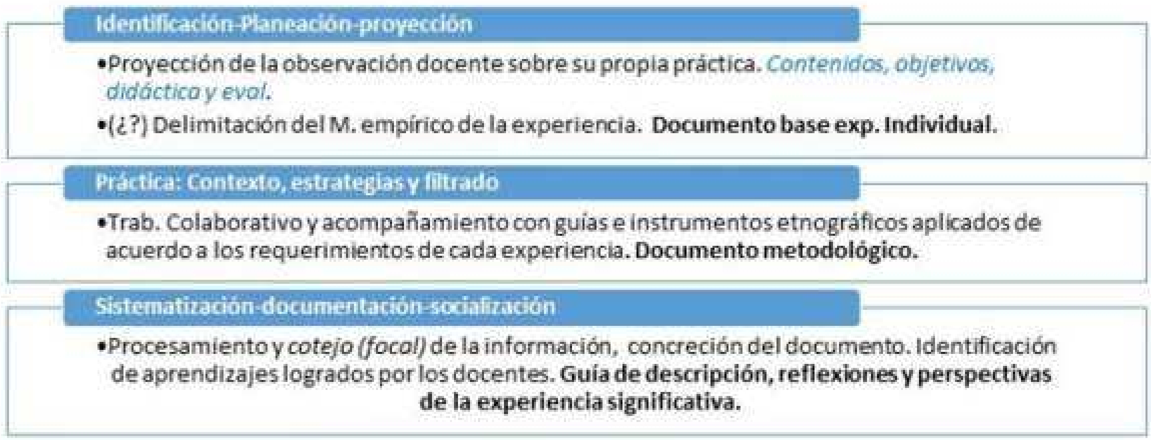



Diagrama 2.Elementos a considerar en la construcción del relato pedagógico de sistematización

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS BÁSICAS


Capó, W., Arteaga, B., Capó, M., Capó, S., García, E., Montenegro, E., & Alcalá, P. (2010). *La Sistematización de experiencias. Un método para impulsar procesos emancipadores.* Caracas: Cooperativa Centro de Estudios para la educación popular.

Merleau-Ponty, M. (1985). *Fenomenología de la percepción.* Barcelona: Planeta Agostini.

Mejía, M (2008). Revista Internacional Magisterio, No.33. Junio-julio 2007. Bogotá. Módulo sobre Sistematización del CINDE-Medellín.

Messina, G; Osorio, J. (2016). Sistematizar como ejercicio eco-reflexivo: la fuerza del relato en los procesos de sistematización de experiencias educativas. **Revista e-Curriculum**, [S.l.], v. 14, n. 2, p. 602 - 624. ISSN 1809-3876. Disponible en: <http://revistas.pucsp.br/index.php/curriculum/article/view/29106/20355>. Acesso em: 24 set. 2018.

Messina, G (Sf). Construyendo saber pedagógico desde la experiencia. Documento en PDF. Recuperado 24 de septiembre de 2018 en http://www.cepalforja.org/sistem/sistem_old/construyendo_saber_pedagogico.pdf

# PERÍMETRO Y ÁREA: CONCEPTOS TORMENTOSOS SEA ESTUDIANTE O PROFESOR. ¿QUÉ ME ESTOY PERDIENDO?

**Jorge Edwin Moreno Cabeza**

george.x.math@gmail.com, Universidad Distrital (Bogotá – Colombia)

**Derly Johanna Camen Tiga**

derlyjc@gmail.com, Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia (Bogotá – Colombia)

## RESUMEN

*El curso busca generar conciencia en la población de profesores y estudiantes para profesor de matemáticas respecto a los obstáculos, errores y dificultades que aparecen por parte de estudiantes de educación básica al abordar tareas de área y perímetro, a partir de referentes teóricos como Fandiño y D'amore (2009) y Del Olmo, Moreno y Gil (1993), representativos en la investigación desarrollada en un trabajo de grado para Maestría en Didáctica de las Matemáticas de la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia.*

*Para ello, se proporciona a las participantes producciones de estudiantes en torno a tareas sobre perímetro y área para que realicen un análisis didáctico y de contenido desde sus propias convicciones; se socializan sus hallazgos buscando reflexionar sobre los diferentes errores, dificultades u obstáculos que puedan reconocer en los procesos de resolución. Finalmente se contrasta teóricamente con la intención de ampliar el panorama de los asistentes al curso.*

## PALABRAS CLAVE:

Perímetro y área, obstáculos, errores, dificultades.

## TEMÁTICAS

Errores, obstáculos y dificultades que rodean la construcción de los conceptos de perímetro y área a lo largo de la vida escolar

## OBJETIVOS

Hacer visibles las concepciones de los docentes de matemáticas y estudiantes para profesor de matemáticas al enfrentarse a la resolución de tareas de perímetro y área desarrolladas por estudiantes de diversos niveles escolares, para posteriormente contrastarlas con diversos obstáculos, errores y dificultades que aparecen reportadas en la literatura especializada en el tema, y reflexionar sobre las problemáticas derivadas de no reconocer estos elementos.

## REFERENTES TEÓRICOS BÁSICOS

*"Problema de Galileo: Un pueblo tiene dos plazas A y B; el perímetro de la plaza A es mayor del perímetro de la plaza B; ¿cuál de las dos plazas tiene el área mayor?"*

Fandiño y D'amore (2009), inician con esta pregunta una entrevista realizada a una serie de docentes participantes en una investigación acerca de la concepción sobre la relación que se puede encontrar entre perímetro y área, y los cambios de convicción que se generan al reflexionar respecto a dicha relación.

Como resultado de dicha investigación, se reconoce un obstáculo epistemológico en la existencia de esa relación entre área y perímetro ya que aparece de manera histórica (como lo evidencia el problema de Galileo), y que para superar tal obstáculo se requirió de aceptar transformaciones geométricas alejadas de los Elementos de Euclides.

Por otro lado, la investigación evidenció la dificultad de los docentes entrevistados para que lograran realizar cambios en sus convicciones frente a la existencia de la relación área-perímetro, dejando así la inquietud formulada por los Fandiño y D'amore (2009): "¿cómo no pensar que las elecciones didácticas utilizadas por ellos en aula con sus propios estudiantes no influenciarán la formación de misconcepciones, relativas a este estratégico tema?", con lo que aparece un obstáculo didáctico para los estudiantes debido a las propias concepciones de los docentes.

Para nosotros, esta inquietud no aparece exclusiva de la relación área – perímetro sino también de otros elementos tanto de contenido matemático como didáctico que se relacionan con estos conceptos.

En el presente curso, las convicciones de los docentes y estudiantes para profesor son confrontadas con los errores, obstáculos y dificultades que están registrados en la literatura referente a la didáctica de las magnitudes área y perímetro. Para ello comprenderemos convicción, siguiendo a Fandiño y D'Amore (2009), como la opinión de algo, o lo que se piensa respecto a algo. Esto es lo que los participantes al curso ponen en juego al enfrentarse a las producciones de los estudiantes respecto a tareas de perímetro y área.

Por otro lado, entenderemos perímetro como la medida (lineal) del contorno de una figura plana, mientras que área corresponde a la medida (bidimensional) de una superficie. Cada una de ellas implica la asignación de un número real positivo relacionada a una cierta unidad de medida.

Uno de los aspectos de contenido a tener en cuenta corresponde a la relación entre perímetro y área. Diversas investigaciones mencionan como los individuos (sean docentes o estudiantes) tienden inicialmente a considerar una relación directa entre ellas. Más puntualmente, si se realiza una transformación en la forma de una figura entonces ocurrirá que si el perímetro disminuye entonces el área también disminuye, o si el perímetro aumenta entonces el área también lo hará, y finalmente que si el perímetro de mantiene igual entonces el área también lo hará. Cabe resaltar que esta es una misconcepción (según D'Amore (2006a), citado por Fandiño (2009), corresponde a "concepciones momentáneas no correctas, en espera de una organización cognitiva más avanzada"), ya que en realidad no hay tal relación de correspondencia directa entre estos conceptos con lo cual puede ocurrir, por ejemplo, que al aumentar el perímetro el área disminuya.

## ERRORES, DIFICULTADES Y OBSTÁCULOS EN LA CONSTRUCCIÓN DE LOS CONCEPTOS DE PERÍMETRO Y ÁREA

Perímetro y área son dos conceptos que han sido ampliamente estudiados desde la perspectiva de la didáctica de las matemáticas, generando entonces una amplia fuente de referentes teóricos al respecto. A continuación, presentamos consideraciones de algunos autores que resultan relevantes para el estudio que se propone.

**Errores entorno a área y perímetro.** En este aspecto se tendrá en cuenta lo propuesto por del Olmo, Moreno y Gil (1993), quienes estipulan:

- Confusión entre área y perímetro: cubre una serie de situaciones como el que calculan los valores y el mayor se lo asignan al área y el menor al perímetro; o pueden calcular el área de una figura dada, pero al cambiar de figura calculan el perímetro y lo toman como área.

- Relativos a la medición: correspondientes a lo que consideramos cuando la figura se encuentra sobre una cuadrícula, y se cuentan las unidades que la recubren. Para esta característica describen cuatro situaciones: que la figura sea más compleja que un rectángulo; que las figuras no aparezcan pavimentadas; proporcionalidad inversa entre el tamaño de la unidad de medida y la medida; contar unidades enteras cuando la frontera en realidad corta solo una parte de ella.

Aunque no se encuentre dentro de lo propuesto por los autores, consideramos que la situación de dar la definición (o calcular) el perímetro y darle el nombre área en forma recurrente, y también la situación contraria, corresponde a la categoría de error. Una posibilidad para esto puede ser, como lo mencionan Castro, Gómez y Segovia (1997), el hecho que los reemplazos en la fórmula de área son de tipo lineal manteniendo así la idea de longitud.

**Dificultades entorno a área y perímetro.** Desde el punto de vista de la didáctica de las matemáticas, Fandiño y D'Amore (2009) proporcionan algunos elementos:

- El contrato didáctico: direccionando este hacia "los hábitos (específicos) del maestro esperados por el estudiante y los comportamientos del alumno esperados por el docente" (Brousseau, 1980a, citado por Fandiño, 2009). Se pone de manifiesto cuando el estudiante trata de dar una respuesta solo por complacer al maestro, sin importar si es la correcta.

  Ejemplos de esto son el tener que expresar todo a través de fórmulas aunque no sean adecuadas, a pesar de que la situación se pueda resolver con un lenguaje más natural; dibujar los objetos de una manera determinada por lo que colocarlos en otra posición no es aceptable para los estudiantes, y por tanto no aceptan que las propiedades de las figuras originales sean aplicables para estos últimos; aceptar fórmulas equivalentes a la tradicional para hallar el área de la figura, por ejemplo hallar el área de un cuadrado mediante la fórmula de un trapecio.

- Exceso de representaciones semióticas: el manejo de diversos registros no es un aprendizaje inmediato, sino un proceso en el cual el estudiante tiene una alta responsabilidad. Por ejemplo, para perímetro de un cuadrado tenemos caracterizaciones en lenguaje natural (suma de los lados, o suma de la medida de los lados), representación gráfica (imagen del contorno del cuadrado con lado *l*, el cual es comúnmente asociado a perímetro), lenguaje simbólico ($P= l + l + l + l$, que para el caso se convierte en $P= 4l$). Así, se observa que la letra *l* representa a veces el lado y otras veces la longitud del lado.

  Otro ejemplo corresponde a transformaciones isométricas de una figura (rotación, traslación o simetría), en las cuales la idea de "isométricas" tiende a permanecer escondida. Cada una de estas es una transformación semiótica. Igualmente ocurre con los procesos de "cortar" y "recomponer" usadas por ejemplo en el Tangram, que permitirían evidenciar la conservación del área y modificación del perímetro, lo cual también permanece generalmente invisible en esas actividades.

  El llamado que hacen Fandiño y D'Amore es a que no nos dejemos engañar por "la aparente habilidad demostrada por el estudiante en la gestión de los diversos registros", pues ello no implica necesariamente que se haya generado la construcción del concepto.

- Imágenes y modelos formados antes de tiempo**:** se relaciona con la formación demasiado temprana de un modelo mental a partir de una imagen mental (un modelo mental corresponde a una imagen estable e inmutable, mientras que esta es una elaboración figural o proposicional interna e inicialmente involuntaria debida a una solicitud dada, según D'Amore 2005, 2006a, citado por Fandiño y D'Amore 2009). Para este caso tenemos situaciones como:

  - Uso de figuras estereotipadas: Se utilizan solo algunas figuras básicas para hallar su área y perímetro. Así, la idea de área se conforma solo para ciertas figuras.

  - Figuras planas sin área: Términos como 'la superficie de Colombia es de 1'141.748 kilómetros cuadrados de superficie continental' carecen de significado, pues el modelo mental se creó solo con figuras típicas.

  - Relación área – fórmula: se presupone que siempre existirá una fórmula para calcular un área deseada.

  - Perímetro y área son magnitudes directamente relacionadas: al aumentar la una, la otra también; al disminuir la otra, obligatoriamente también lo hará la otra. Esto indica una falta de exploración de las diferentes posibilidades que se pueden generar en la relación perímetro – área.

**Obstáculos ontogenéticos, didácticos y epistemológicos.** De acuerdo con D'Amore (2005) (citado por Fandiño y D'Amore, 2009), los primeros hacen referencia a la insuficiencia de las capacidades y conocimientos que un estudiante tiene de acuerdo con su edad mental; los didácticos son relativos a las elecciones hechas bajo las convicciones didácticas y de contenido que realiza el docente para la transposición didáctica; y los epistemológicos corresponden a la historia evolutiva y de construcción de los propios conceptos.

Ejemplo del primer caso resulta cuando se trabaja Tangram con los niños pequeños. Todas las figuras que se generan tienen la misma área al ser formadas con las fichas del mismo cuadrado. Esto es debido al alcance que permite el material ante la posibilidad de descomponer y componer las figuras, que resulta comprensible para el estudiante. Sin embargo, esta característica no se extiende de la misma manera al perímetro, elemento que se encuentra en un momento más difícil de alcanzar debido, por ejemplo, a los tipos de cantidad de medida que se deben reconocer.

Respecto a los obstáculos didácticos tenemos, por ejemplo, la elección de las figuras sobre las cuales trabajar área y perímetro, puntualizar todo con fórmulas, recalcar solo las diferencias entre perímetro y área, como las diferencia en las unidades de medida o la operación que interviene en el cálculo de ellas.

En esta categoría podemos ubicar también el hecho del exceso de situaciones didácticas y la ausencia de situaciones a-didácticas. Lo que el docente propone, en su mayoría, insta su participación activa haciendo que todos los elementos del proceso de enseñanza aprendizaje sean explícitos. Con ello, se cae en la dificultad correspondiente al contrato didáctico, en la que el estudiante busca satisfacer las expectativas del docente. Lo ideal sería buscar romper continuamente el contrato didáctico.

Finalmente, los obstáculos epistemológicos se pueden evidenciar en situaciones como el cálculo del área de figura no típicas, e incluso aquellas con bordes curvos, que requieren discusiones profundas sobre los conceptos que se encuentran encerrados para su determinación, como lo continuo o los procesos de exhaución; o el reconocimiento de la presencia y comprensión de las relaciones de constantes en una fórmula, como el caso de pi.

## PROPUESTA DE ACTIVIDADES

Para dar un adecuado desarrollo al curso, se tendrán los siguientes momentos:

### *Sesión 1*

- Reflexión inicial en torno a las problemáticas que son evidenciadas con mayor frecuencia en la enseñanza del perímetro y el área.
- Solución por parte de los asistentes de algunas situaciones propuestas que develan concepciones sobre los conceptos de perímetro y área.
- Análisis grupal de las soluciones propuestas por estudiantes de básica y media a las situaciones planteadas con anterioridad sobre perímetro y área.

- Socialización de los análisis realizados a parir de los cuales sea posible identificar las problemáticas que se pueden evidenciar en los estudiantes resolutores.
- Reflexión final sobre la práctica como docente de matemáticas en torno a la pregunta ¿Por qué los saberes enseñados por el docente no logran ser apropiados y evidenciados por los estudiantes adecuadamente?

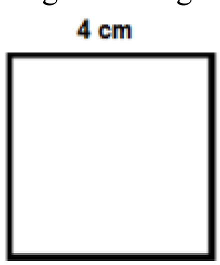
### *Sesión 2*

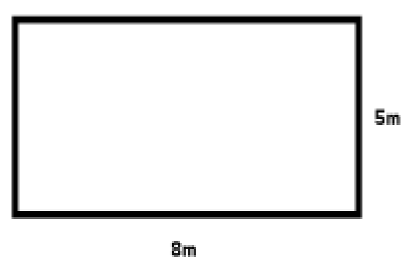
- Clasificación de las problemáticas evidenciadas en el desarrollo de las situaciones sobre perímetro y área.
- Presentación de las problemáticas detectadas y establecidas desde la teoría como hechos que no permiten la comprensión y apropiación del concepto de perímetro y área (obstáculos, errores y dificultades).
- Propuesta de soluciones que pueden mejorar el proceso de aprendizaje de los conceptos de perímetro y área.
- Reflexiones finales, opinión y evaluación con los asistentes en relación al desarrollo del curso.

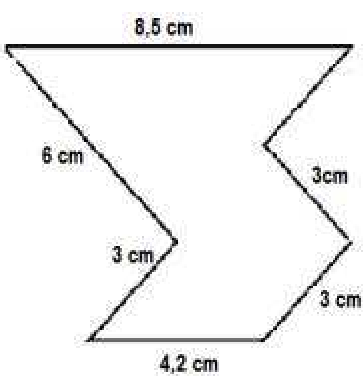
Las tareas que se proponen buscan provocar y hacer evidentes algunas concepciones respecto a perímetro y área en diferentes niveles escolares para hacer susceptible el análisis bajo los elementos teóricos aquí expuestos; han sido propuestas por los autores del curso, o bien basadas en ideas expuestas en Fandiño y D'Amore (2009). Nota: Algunas de las imágenes han sido modificadas de las presentadas en ese texto, así como de archivos del buscador de Google, o generadas por los autores de la presente propuesta. Los derechos son, obviamente, de propiedad de los diseñadores originales.

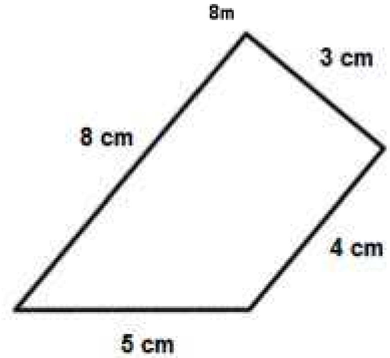
A continuación, se anexan las tareas propuestas.

- En las siguientes figuras, hallar el área y el perímetro si es posible



- Las dimensiones de un patio con forma rectangular son 12 m y 16 m. Por motivos de construcción, este espacio se redujo a la mitad, ¿Qué podría decir del área y el perímetro del nuevo patio respecto al original?

***Observe las siguientes figuras,***

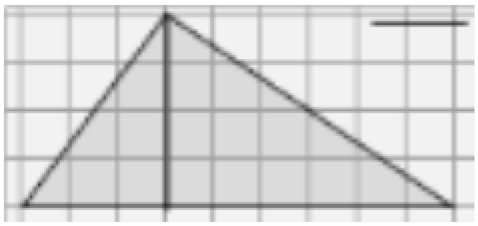


Figura 1

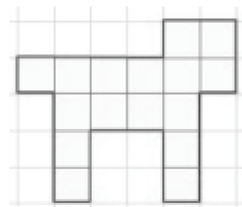
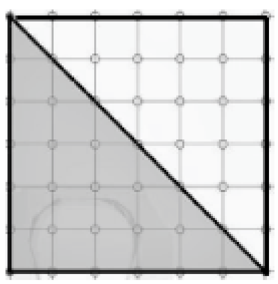


Figura 2

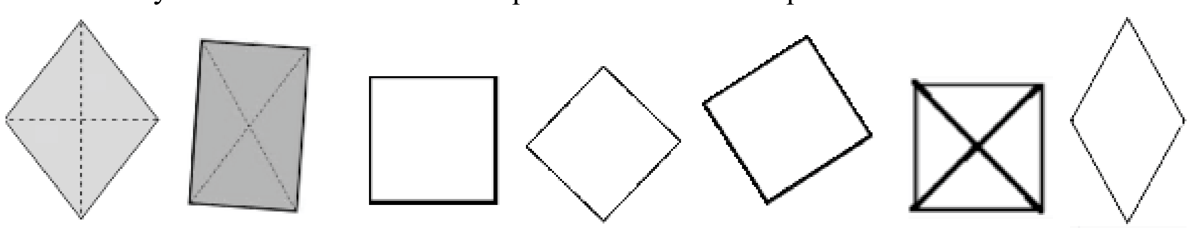
- ¿Es correcto decir que el área de la figura 1 corresponde a 18 unidades cuadradas? Justifique

- ¿Cómo se hallaría el perímetro de la figura 2?

- ¿Cómo se puede calcular el área del triángulo dentro del cuadrado?



- Observe y encierre los números de aquellos cuadriláteros que sean cuadrados

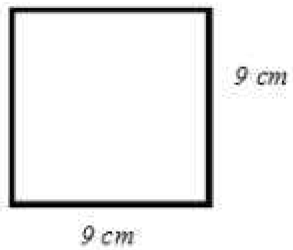


*1* *2* *3* *4* *5* *6* *7*

- De acuerdo al anterior ítem escriba cómo hallar el área de los cuadriláteros

| ***Cuadrilátero 1*** | ***Cuadrilátero 3*** | ***Cuadrilátero 5*** | ***Cuadrilátero 6*** |
|---|---|---|---|
| | | | |

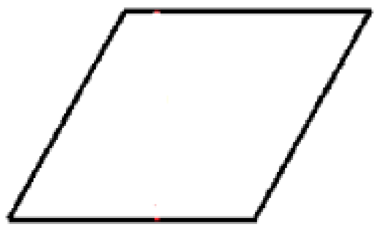
- Para encontrar el área de un cuadrado, Miguel realiza el siguiente desarrollo:




$$\text{Área}=\frac{(Base\ mayor+Base\ menor)\times altura}{2}=\frac{(9+9)\times 9}{2}=81\ cm^2$$

¿Está usted de acuerdo con lo propuesto por Miguel? Justifique su respuesta

- Determine, mediante regla, las medidas de la siguiente figura:



¿Cuánto medirá el área de esta figura?

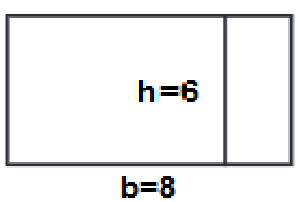
¿Cuánto medirá el perímetro de esta figura?

- La imagen muestra la manera de determinar el área de un rectángulo:


$$A_{rectángulo}=b\times h$$

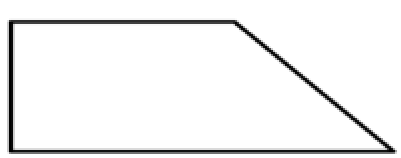
Encuentre el área de este rectángulo si las medidas son 10 cm de altura y 8 cm de base

- Calcule, si es posible, el área del siguiente rectángulo:

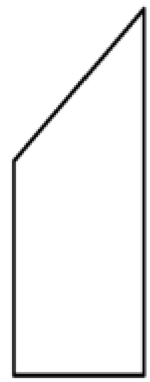



*Recuerde que el área de un rectángulo se calcula mediante la fórmula:*
*Área=base x altura*

- Juan dibujo un trapecio, obteniendo la siguiente figura:



Sin embargo, por cuestiones de espacio fue necesario girarlo para que quedara en la siguiente posición:

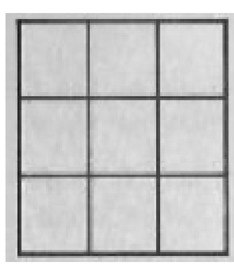


Respecto al perímetro y al área, ¿cambia algo del primer al segundo trapecio? ¿Por qué?

- ¿Qué rectángulo tienen mayor área, uno cuya base sea de 10 cm y su altura sea de 8 cm, u otro cuya base sea de 8 cm y su altura sea de 10 cm? Justifique su respuesta.
- Resuelva los siguientes problemas:

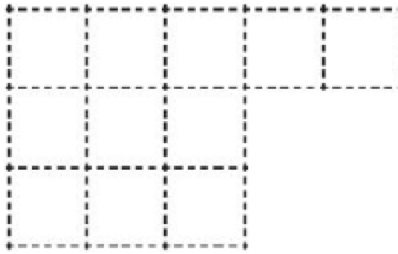
| | |
|---|---|
| 1. *Se desea encerrar con malla la cancha del colegio. Si las medidas de son de 8 metros de ancho y 20 metros de largo, ¿cuánta malla se necesita?* | 2. *¿Cuánto será la extensión (superficie) del piso de una habitación que tiene 6 baldosas de largo y 4 baldosas de ancho? (Nota: las baldosas son cuadradas)* |
| 3. *Determine el área de un rectángulo cuya base es de 10 cm y su altura es de 6 cm.* | 4. *Calcule el perímetro de un rectángulo cuya altura es de 8 cm y su base es de 5 cm.* |

***Observe la figura***:



- Si se le recortan dos cuadros de alguno de los lados, ¿Qué pasa con el perímetro? ¿Y qué pasa con el área?

***Observe la figura***:



- ¿Es posible agregar más área sin aumentar el perímetro? Justifique su respuesta.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS BÁSICAS

Castro, E., Flores, P. & Segovia, I. (1997). Relatividad de las fórmulas de cálculo de superficies de figuras planas. *SUMA, 26*, 23-32.

Del Olmo, M., Moreno, M., y Gil, F. (1993). *Superficie y volumen. ¿Algo más que el trabajo con fórmulas?* Madrid: Síntesis

Fandiño, M., D'Amore, B. (2009). *Área y perímetro. Aspectos Conceptuales y Didácticos*. Bogotá: Magisterio

# QUÉ Y CÓMO MEDIR EN EL SISTEMA SOLAR

**María Cristina Zárate Rodríguez**
kriszarate@gmail.com, INEM Francisco de Paula Santander IED. Bogotá, Colombia
**Marleny Tarquino Cabra**
marleny.tarquino@gmail.com, IED Robert F Kennedy. Bogotá, Colombia

## RESUMEN

*Este cursillo surge de la experiencia de estudiantes que hacen parte de Clubes de Astronomía de dos colegios públicos de Bogotá, donde se desarrollan prácticas pedagógicas enmarcadas en el desarrollo de procesos de observación, medición, organización e interpretación de datos a partir de fenómenos astronómicos, muchas veces cotidianos, pero en ocasiones algo desdibujados de nuestra realidad.*

*Los Clubes de Astronomía pretenden que los participantes generen sistemas de comprensión que facilitan la vivencia práctica del conocimiento científico, además de evidenciar nuevas actitudes y experiencias científicas y matemáticas asociadas a la enseñanza de la astronomía, permitiendo al estudiante desarrollar habilidades investigativas, científicas y tecnológicas.*

*Uno de los procesos relevantes en el trabajo de la Astronomía es la* ***medición****, donde se compara una cantidad, distancia o magnitud desconocida con una conocida, haciendo uso de proporciones, propiedades y algunos algoritmos de matemáticas útiles en el proceso.*

**Palabras clave:** astronomía, enseñanza de la astronomía, medición

## TEMÁTICAS

La astronomía es una ciencia atractiva que despierta la curiosidad de niños, niñas, jóvenes y adultos; que puede ser aprovechada como herramienta pedagógica y didáctica, para despertar el interés de los estudiantes en las actividades de aprendizaje y procesos de investigación e indagación que se desarrollan en los clubes o semilleros de ciencias. Camino (1999).

La construcción del conocimiento científico y matemático ha empezado a fundamentarse en los contextos, buscando que los estudiantes desarrollen procesos de observación, interacción y experimentación y de esta manera facilitar la exploración de estos. Tarquino (2017).

Atendiendo a lo anterior y en aras de favorecer un trabajo que permita a los estudiantes aprender ciencias y matemáticas, encontrándole sentido y utilidad al aprenderlas, en algunas instituciones educativas distritales de Bogotá se ha desarrollado durante varios años una propuesta de formación orientada desde la Astronomía (Clubes o semilleros de Astronomía) considerando esta ciencia como una herramienta que puede cambiar la imagen tradicional de la ciencia y la matemática.

## OBJETIVO

- Diseñar e implementar actividades interdisciplinares, innovadoras, flexibles y dinámicas desde la observación y el conocimiento del Sistema Solar utilizando algunas Unidades básicas de la Astronomía que involucre las diferentes áreas del conocimiento y que permita al estudiante adquirir saberes esenciales para la vida.

## ACTIVIDADES

Implementación de una estrategia pedagógica que favorezca la apropiación de la cultura científica y conocimiento matemático. Dicha estrategia se sustenta en el desarrollo de ambientes de aprendizaje innovadores y prácticas pedagógicas diversificadas y situadas acordes a los contextos de las comunidades educativas, en pro de la ciencia, la matemática y en particular de la astronomía.

Los estudiantes prestan más atención a lo que perciben con sus sentidos y se puede orientar de tal manera los conocimientos para gestar, poco a poco, el desarrollo de habilidades científicas, para que ellos comiencen a utilizar las recomendaciones dadas en favor de su aprendizaje y sus investigaciones. Cuando se les da la oportunidad a los estudiantes de experimentar, indagar y descubrir el conocimiento, es probable que el aprendizaje de las ciencias y en particular de la Astronomía mediante la experiencia atraiga y entusiasme a los estudiantes (Harlen, 2003, p. 28), es decir, que en el aula de clase pueden gestarse las habilidades científicas e investigativas.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS


Camino, N. (1999*). Sobre la didáctica de la astronomía y su inserción en la EGB. Enseñar Ciencias Naturales. Reflexiones y propuestas didácticas.* Editorial Paidós, Paidós Educador, Buenos Aires. ISBN 950-12-2140-7. Capítulo 4, pp.143-173.

Cañal, P. (Abril de 2007). *La investigación escolar, hoy. Didáctica de las Ciencias experimentales, Vol. 54.* Recuperado el 24 de Octubre de 2013, de http://www.uhu.es/gaia-inm/invest_escolar/httpdocs/biblioteca_pdf/11_AL05201.pdf

Gangui, A., & Iglesias, M. (2015). *Didáctica de la Astronomía.* Buenos Aires: Paidós.

Harlen, W. (2003). *Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias.* España: Ediciones Morata, S.L.

Lanciano, N., & Camino, N. (2008). *Del ángulo de la geometría a los ángulos en el cielo. Dificultades para la conceptualización de las coordenadas astronómicas acimut y altura. Enseñanza de las Ciencias.*

Tarquino, E. M. (2017). *Desarrollo de procesos de investigación en la escuela a partir de la Astronomía*. Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Zárate, M. C. (2018). *Modelación matemática de fenómenos astronómicos desde algunos ambientes de aprendizaje propuestos.* Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

# TALLERES

## RELACIÓN PROPORCIONAL EN LA MÚSICA

**Kelly Johana De Arco Jiménez**

qlly1993@gmail.com, Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Bogotá-Colombia)

**Lady Carolina Cedeño Niño**

krocedeno@hotmail.com, Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Bogotá-Colombia)

### RESUMEN

*Desde una perspectiva interdisciplinar de la matemática, se hace un estudio del concepto de proporcionalidad inmerso en la música con el fin de articular estas disciplinas. En este trabajo se interpreta y analiza la construcción de los intervalos musicales a partir de las relaciones pitagóricas desde un proceso aritmético y descriptivo, con el uso de los lenguajes musical- matemático para su compresión; esto con el fin, de entender y justificar por qué las notas musicales están ordenadas de cierta manera en la escala pitagórica y en el piano.*

### PALABRAS CLAVE:

Números racionales y proporcionalidad, Superior, Analítica.

### TEMÁTICAS

Articular la disciplina musical con la disciplina matemática, desde un estudio analítico y descriptivo en la construcción de los intervalos musicales ante el uso de la proporcionalidad como proceso para su justificación.

### OBJETIVOS

- Analizar y construir los intervalos musicales desde la comparación numérica y descriptiva establecida por Pitágoras.
- Hacer uso de lenguaje musical y matemático en correlación para interpretar y justificar las relaciones establecidas.
- Hacer uso de las nociones de razón y proporción para encontrar relaciones y establecer generalizaciones que ayuden a justificar los procesos.

## REFERENTES TEÓRICOS BÁSICOS

Para Pitágoras *"El número es la esencia de todas las cosas"* filosofía establecida a partir de la relación entre el número y la figura geométrica, sustentada a partir de la corriente mística (religiosa): *"los números con un carácter sagrado cargado de propiedades cabalísticas y virtudes mágicas"* y científica (racional): *"los números con propiedades aritméticas y relaciones numéricas elementales"*; uno de estos números, el 10, denominado por ellos como la tretractys de la década (fundamento del todo) era un número triangular compuesto por diez puntos dispuestos en forma de triángulo equilátero. Este número estaba compuesto por la suma de los primeros 4 números (1, 2, 3, 4); que al establecer relaciones entre estos se determinaba: 1/1, 2/1, 3/2, 4/3 -relación mayor a menor- que representaban consonancias perfectas, siendo la proporcionalidad una relación de armonía entre dichos números, y definida Euclides como: la relación entre un grupo de magnitudes, números o cantidades.

## PROPUESTA DE ACTIVIDADES

1. Caracterización del instrumento musical Piano en su construcción, organización, e interpretación con ayuda de una guía impresa suministrada (Figura 1).

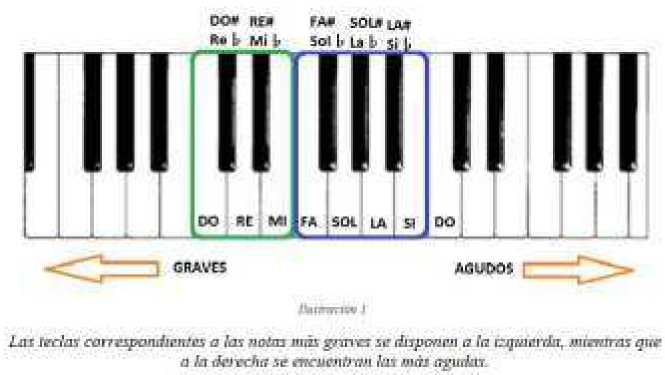



**Figura 1**

2. Determinación numérica de los intervalos desde el análisis pitagórico (División de una cuerda).
3. Explicación de intervalo entre notas desde la interpretación de distancia musical que hay entre estas (cantidad de notas por las que hay que pasar de una a otra, teniendo en cuenta el sentido del recorrido), y desde la distancia numérica haciendo uso de la comparación proporcional de las frecuencias.
4. Construcción del intervalo de cuartas utilizando la media armónica como herramienta, para demostrar la relación numérica entre las notas, descrita en la figura 2.

| do | Re | Mi | Fa | Sol | La | Si | Do |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1024/243 | 64/27 | 4/3 | 4096/729 | 256/81 | 16/9 | 2 |

**Figura 2**

Expresada la medida armónica por *2ab/a* + *b*, donde *a* y *b* corresponden, en este caso a do con relación numérica 1 y Do con relación numérica 2, respectivamente.

5. Generalizar las relaciones encontradas y establecidas en el proceso anterior, donde no se deba recurrir a la relación anterior para encontrar la siguiente, sino que se inmediato, como se muestra a continuación en la figura 3:

$$\frac{2ab}{a+b}$$

$$\frac{2\left(\left(\frac{2ab}{a+b}\right)\cdot\left(2\left(\frac{2ab}{a+b}\right)\right)\right)}{\left(\frac{2ab}{a+b}\right)+\left(2\left(\frac{2ab}{a+b}\right)\right)}=\frac{\left(\frac{4ab}{a+b}\right)\cdot\left(\frac{4ab}{a+b}\right)}{\left(\frac{2ab}{a+b}\right)+\left(\frac{4ab}{a+b}\right)}=\frac{\frac{16a^2b^2}{(a+b)^2}}{\frac{2ab+4ab}{a+b}}=\frac{\frac{16a^2b^2}{(a+b)^2}}{\frac{6ab}{a+b}}$$

$$=\frac{16a^2b^2}{6ab(a+b)}=\frac{8ab}{3(a+b)}$$

$$\frac{2\left(\left(\frac{8ab}{3(a+b)}\right)\cdot\left(2\left(\frac{8ab}{3(a+b)}\right)\right)\right)}{\left(\frac{8ab}{3(a+b)}\right)+\left(2\left(\frac{8ab}{3(a+b)}\right)\right)}=\frac{\left(\frac{16ab}{3(a+b)}\right)\cdot\left(\frac{16ab}{3(a+b)}\right)}{\left(\frac{8ab}{3(a+b)}\right)+\left(\frac{16ab}{3(a+b)}\right)}=\frac{\frac{256a^2b^2}{(3(a+b))^2}}{\frac{24ab}{3(a+b)}}$$

$$=\frac{256a^2b^2}{72ab(a+b)}=\frac{32ab}{9(a+b)}$$

**Figura 3 Construcción del intervalo de cuartas**

Siguiendo este proceso se determinan las demás relaciones (Figura 4) determinando la expresión general $\frac{2^{2n+1}(ab)}{3n(a+b)}$ siendo = 0,1,2,3,4,5

$$\frac{2ab}{a+b};\frac{8ab}{3(a+b)};\frac{32ab}{9(a+b)};\frac{128ab}{27(a+b)};\frac{512ab}{81(a+b)};\frac{2048ab}{243(a+b)}$$

$$\frac{4}{3};\frac{16}{9};\frac{64}{27};\frac{256}{81};\frac{1024}{243};\frac{4096}{729}$$

**Figura 4**

6. Identificar y validar la constante proporcional en la construcción del intervalo (Figura 5).

$$si:fa::la:mi=\frac{16}{9}:\frac{4}{3}::\frac{128}{81}:\frac{32}{27}=\frac{\frac{16}{9}}{\frac{4}{3}}=\frac{\frac{256}{81}}{\frac{64}{27}}=\frac{48}{36}=\frac{6912}{5184}=\frac{4}{3}=\frac{4}{3}$$

$$si_b:fa::la_b:mi_b=\frac{16}{9}:\frac{4}{3}::=\frac{\frac{16}{9}}{\frac{4}{3}}=\frac{\frac{128}{81}}{\frac{32}{27}}=\frac{48}{36}=\frac{3456}{2592}=\frac{4}{3}=\frac{4}{3}$$

**Figura 5**

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS BÁSICAS

Cedeño C, De Arco K. (2016). "Sistematización del diagrama musical a partir de la experimentación con el instrumento Piano".

Arbonés, J. & Milrud, P. (2011). "La armonía es numérica. Música y Matemáticas". Editorial RBA.

# EL PROBLEMA DE LA VARIACIÓN PUESTO EN ESCENA

**Alberto Forero Poveda**

foreroalbertoud@gmail.com, Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Bogotá-Colombia)

## RESUMEN

*Desde la antigüedad la humanidad ha trabajado con problemas geométricos cuya resolución posibilitó un gran avance en la relación entre álgebra y geometría y la constitución de diferentes prácticas matemáticas que permitieron definir diversas perspectivas de trabajo en relación con la resolución de problemas. Uno de los aspectos cruciales en este proceso de resolución tiene que ver con el uso de instrumentos mecánicos, pues a partir de ellos se abrió el campo de problemas más allá de los que se pueden resolver con regla y el compás y además amplió el uso y tratamiento de curvas. El siguiente taller pretende poner en consideración una perspectiva variacional presente en las construcciones de instrumentos mecánicos, como una forma de caracterizar el tratamiento y análisis de curvas en el plano. Este proceso se pretende hacer de manera experimental, donde los estudiantes identifiquen aspectos geométricos, de estimación y de constitución de prácticas en el álgebra geométrica que permiten potenciar el desarrollo del pensamiento variacional.*

## PALABRAS CLAVE:

Instrumento mecánico, Pensamiento variacional, Práctica matemática, Curva.

## TEMÁTICAS

En el espacio de formación de problemas del álgebra geométrica de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Distrital se considera crucial para el análisis de problemas y situaciones geométricas, las formas que los estudiantes utilizan para hacer su construcción, pues esta etapa es fundamental para hacer conciencia sobre el tipo de curvas que se utilizan y su influencia en los procesos de simbolización de la situación. Es por ello que el presente taller pretende que los estudiantes, a partir de la construcción y uso de instrumentos mecánicos, describan la forma en que las relaciones geométricas intervienen en la constitución de prácticas matemáticas que permiten estudiar la relación entre variables, que a su vez establecerán discusiones sobre la caracterización de las curvas que intervienen en el proceso.

## OBJETIVOS

- Experimentar procesos de construcción geométrica en el trabajo con instrumentos mecánicos.
- Propiciar experiencias de formación que permitan discutir formas de especificación de curvas en el tratamiento variacional de un instrumento mecánico.

## REFERENTES TEÓRICOS BÁSICOS

Para (Kitcher, 1984) la noción de práctica matemática está compuesta por un quinteto de componentes, conteniendo un lenguaje L, un conjunto de reglas aceptadas S, un conjunto de razonamientos aceptados R, un conjunto de cuestiones o preguntas importantes Q, y un conjunto de visiones filosóficas o metamatemáticas M; esta visión de práctica matemática puede ser abordada desde diferentes perspectivas en educación matemática, pues aquí deben recaer aspectos socioepistemológicos de la práctica, aspectos metodológicos de la misma, formas de concebir los procesos de enseñanza aprendizaje, entre otros; de esta forma se pueden generar experiencias de formación que permitan constituir vivencias donde los estudiantes puedan reconstruir de diferentes formas los aspectos que hacen explícita su práctica matemática como resolutor de problemas, lo que tiene fuertes implicaciones en su formación docente.

Desde esta perspectiva de práctica matemática, se pretende hacer uso del análisis sobre los discursos y prácticas matemáticas en la antigüedad para promover vivencias donde los estudiantes puedan reconstruir significados asociados a la medida, a la estimación y a la interpretación de la variación haciendo uso de la idea de instrumentación mecánica presentada principalmente en los trabajos de Descartes en su texto La Geometría.

En un sentido general (Bos, 1998) destaca algunos temas que son cruciales en la comprensión de la estructura de la Geometría, estos son, los problemas, las construcciones y las reglas que van más allá de lo matemáticamente correcto; estos temas sirven como sustento para distinguir el alcance de las representaciones y de la interpretación de las curvas en el trabajo cartesiano, como pilares fundamentales en el proceso de intervención en situaciones problema en la Geometría (Forero & Bello , 2016).

Centrándonos en la construcción, es importante que el profesor de matemáticas experimente con situaciones en donde identifique la variación y ésta le permita discutir sobre aspectos relacionados con la medida, la estimación y el control del error; para esto se propone el uso de instrumentos mecánicos, como una forma de poner en escena diferentes aspectos que se manifiestan en un proceso de modelación matemática, lo que permite potenciar el desarrollo del pensamiento variacional, pues éste se caracteriza por proponer el estudio de situaciones y fenómenos en los que se involucran el cambio, y donde la necesidad de predecir estados futuros motiva el estudio y análisis de la variación (Cantoral & Caballero, 2013) a partir de situaciones de variación que corresponden a experimentos planteados, los cuales demandan la puesta en juego de estrategias variacionales y requieren que el estudiante analice diversos estados del cambio (Cantoral & Caballero, 2013).

Para (Molland, 1976), quién contribuye en la aclaración de la naturaleza de los trabajos de Descartes, a partir de identificar la evolución de sus desarrollos frente a los presentados en la geometría antigua, las curvas geométricas requieren de una “especificación”, como una forma de representación para su análisis. (Molland, 1976) afirma que si un geómetra quiere hablar de una curva particular, debe ser capaz de caracterizarla por medio de símbolos verbales o de otro tipo y esto le permite estudiar la especificación por propiedades y la especificación por génesis para las curvas; la especificación por propiedades establece una propiedad(usualmente una propiedad cuantitativa para todos los puntos de la curva), (Molland, 1976) declara que en Descartes la especificación por propiedades está dada a partir de una ecuación y la especificación por génesis determina una curva indicando cómo se va a construir (Forero & Bello , 2016).

El presente taller pretende que los estudiantes manifiesten formas de especificación asociadas a sus instrumentos mecánicos, como un medio para constituir prácticas matemáticas relacionadas con el pensamiento variacional en estudiantes para profesor de Matemáticas y profesores en ejercicio.

## PROPUESTA DE ACTIVIDADES

El taller se desarrollará a partir de la siguiente estructura:

- Presentación y contextualización de la instrumentación mecánica en Descartes
- Presentación del problema de la construcción en la instrumentación mecánica
- Presentación de algunas prácticas matemáticas asociadas al uso de instrumentos mecánicos en la antigüedad
- Trabajo por grupos sobre establecimiento de un instrumento mecánico a construir
- Experimentación de construcción de instrumentos mecánicos en cada grupo
- Trabajo sobre tratamiento de formas variacionales presentes en la construcción de instrumentos mecánicos
- Socialización de vivencias

Inicialmente se pretende contextualizar el problema de la instrumentación mecánica en el álgebra geométrica, desde los trabajos de Descartes y como una forma de trabajo en un periodo de la historia, donde para diferentes aspectos dentro y fuera de las matemáticas produjo cambios revolucionarios en las formas de representación y en las prácticas en resolución de problemas.

En este sentido se expondrán aspectos de la intervención de la instrumentación mecánica en la resolución de problemas geométricos en la antigüedad, destacando el análisis sobre:

- El tratamiento simbólico de las situaciones geométricas
- El álgebra geométrica y la instrumentación mecánica
- La importancia de la construcción en el álgebra geométrica

Partiendo de ésta exposición inicial se presentará el hiperbológrafo como un instrumento mecánico caracterizado por Descartes que influye en la resolución de algunos problemas, como el problema de la partición de la esfera a una razón dada. La importancia radicará en el problema de la construcción del instrumento mecánico, pues es allí donde se manifestaba uno de los grandes paradigmas en la resolución de problemas geométricos en la antigüedad.

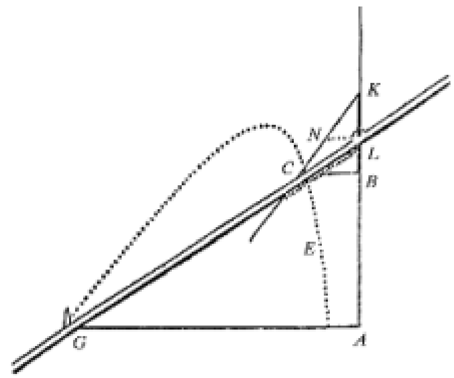



Figura 1. Construcción mecánica de la hipérbola en Descartes. Geometría 1637

Posteriormente se propone, a partir de un material manipulable (Palos de paleta, bisturí, cauchos, chinches, regla) que los estudiantes se reúnan por grupos y se planteen la construcción de un instrumento mecánico usando el material. El objetivo es que los estudiantes construyan el instrumento y lo ejecuten sobre una hoja de cartón cartulina. Se plantea que cada uno de los grupos discuta sobre:

- ¿Cómo se ejecuta el instrumento?
- Condiciones que requiere el instrumento para ejecutarse.
- Caracterización de la construcción asociada al instrumento referido al tipo de curva que permitiría construir.
- Formas de especificación asociadas a la curva que se construye con el instrumento.
- Descripción de la variación presente en el instrumento.

Posterior a este trabajo se propone que los asistentes socialicen sus vivencias al enfrentarse al problema de la construcción y manifestación de la variación al ejecutar y validar un instrumento mecánico.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS BÁSICAS

Bos, H. (1998). la structure de la Geometrie de Descartes. En *Revue d'histoire des sciences* (págs. 291-318).

Cantoral, R., & Caballero, M. (2013). Una caracterización de los elementos del pensamiento y lenguaje variacional. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, (págs. 463-468).

Forero, A., & Bello , J. H. (2016). *El conocimiento didáctico del profesor de Matemáticas. Una experiencia con la Geometría de Descartes.* Bogotá: Editorial UD.

Kitcher, P. (1984). *The Nature of Mathematical Knowledge.* New York and Oxford: Oxford University Press.

Molland, A. (1976). *Shifting the foundations: Descartes's transformation of ancient geometry. Historia Matemática 3.* Aberdeen, Reino Unido: University of Aberdeen.

# LA MODELACIÓN MATEMÁTICA Y LA CONSTRUCCIÓN DE LA COVARIACIÓN LINEAL

**Jorge Eduardo González Vargas**

jgunimusica@gmail.com Colegio Quiroga Alianza I.E.D. (Bogotá – Colombia)

**Joan Manuel Florez**

joan.florez@gmail.com Colegio Quiroga Alianza I.E.D. (Bogotá – Colombia)

## RESUMEN

*La presente investigación describe los procesos de modelación matemática en situaciones de covariación lineal, elaborados por los estudiantes de ciclo V de la Institución Educativa Distrital -Quiroga Alianza. Se han identificado en dicho contexto educativo, dificultades en torno al desarrollo del pensamiento variacional y ante ello, la implementación de una estrategia didáctica para un grupo de estudiantes pertenecientes al ámbito de la educación básica secundaria y la media vocacional colombiana.*

*De este modo, el trabajo se centró en la exploración de las características del pensamiento variacional de los estudiantes, a partir de la aplicación de secuencias didácticas encaminadas a generar una modelación matemática, que a su vez permiten, una aproximación hacia las generalidades de la función lineal.*

*A partir de los resultados vinculados a tres actividades específicas de modelación, se espera poder categorizar los procesos de los estudiantes a partir de los registros de lenguaje: natural, tabular y gráfico, como también de los hallazgos provenientes del lenguaje simbólico.*

*Finalmente, se pretende describir cómo se dan los procesos de modelación en situaciones de covariación lineal y, asimismo, dar cuenta sobre la manera en la que la modelación matemática se constituye como una estrategia didáctica para la enseñanza, que permite la construcción de un modelo, la construcción de una covariación lineal y una posible aproximación al concepto de función lineal.*

## PALABRAS CLAVE:

Modelación, modelo, función lineal, covariación, pensamiento variacional.

## TEMÁTICAS

Covariación lineal y modelación matemática.

## OBJETIVOS

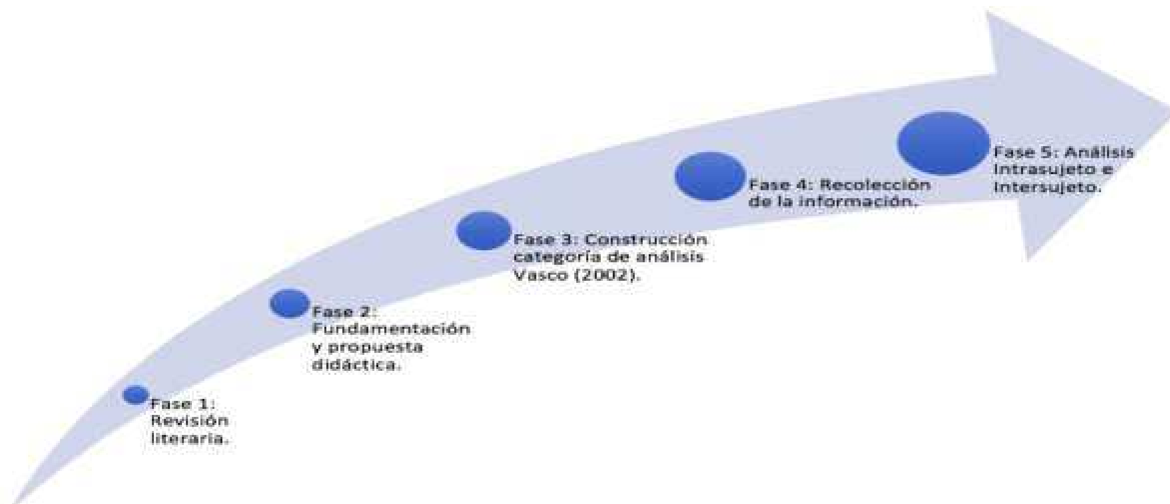
El taller pretende mostrar una estrategia didáctica en el momento de abordar algunas de las características de la función lineal, permitiendo que mediante el proceso de modelación matemática tanto el docente como el estudiante reconozcan aciertos y dificultades en la construcción de la covariación lineal.

## REFERENTES TEÓRICOS BÁSICOS

El enfoque de la metodología del proyecto es la investigación cualitativa y el tipo de investigación adoptado es el estudio de caso desde el marco conceptual de Bernal, (2010), que desde la postura de Bonilla y Rodríguez (como se citó en Bernal, 2010) este tipo de investigación está orientado en profundizar casos específicos y no en la generalización, que en este caso corresponde a la descripción de procesos de modelación.

El trabajo de investigación dado los objetivos y propósitos, indaga alrededor de los procesos y razonamientos del pensamiento covariacional en estudiantes de ciclo V de la educación media vocacional, y por esta razón se selecciona un grupo de 25 estudiantes de grado undécimo del Colegio Quiroga Alianza IED de la ciudad de Bogotá. La elección de la muestra poblacional obedece al vínculo laboral del grupo de investigación con la muestra poblacional, considerando que uno de los dos investigadores del presente trabajo es docente de cálculo de la muestra poblacional y segundo porque la muestra poblacional corresponde al ciclo V de la educación media vocacional.

Las fases de ejecución del trabajo de investigación se desarrollan en primera instancia con la revisión literaria enmarcada en la modelación matemática desde referentes a nivel nacional e internacional, el desarrollo del pensamiento variacional en el currículo nacional y el concepto de función lineal desde los sistemas de representación semiótica y razonamientos covariacionales, en segundo lugar, la aplicación de los instrumentos de indagación y el desarrollo de las entrevistas de manera paralela, seguidamente se categoriza la información, se analiza y se redacta el informe final sobre las descripciones realizadas por parte de la unidad de análisis. El proceso metodológico aplicado, cumplió las siguientes fases:




Fases de la metodología, Fuente: autoría propia.

*Fase 1*

En esta fase se realiza la revisión literaria enmarcada en la modelación matemática desde referentes a nivel nacional e internacional, el desarrollo del pensamiento variacional en el currículo nacional y el concepto de función lineal desde los sistemas de representación semiótica y razonamientos covariacionales.

*Fase 2*

Se proponen cuatro situaciones o actividades, La primera es la actividad que corresponde al proceso diagnóstico de la unidad de análisis, instrumento construido por el profesor Jorge

Castaño junto con el grupo de maestría en educación cohorte 2018-1 de la Pontificia Universidad Javeriana, la segunda, tercera y cuarta sesión son situaciones diseñadas bajo la estructura de problemas relacionados con el desarrollo del pensamiento variacional.

Las técnicas y materiales implementados fueron la observación estructurada considerando que lo observado eran sesiones de trabajo previamente elaboradas con guías de trabajo y simuladores dinámicos y la entrevista semiestructurada, las cuales se registran por medio de audio-video para ser posteriormente transcritas, como bien lo afirma Bernal (2010) al implementar el estudio de caso como método de investigación, la pretensión es indagar sobre la unidad de análisis, que al ser una población de 25 estudiantes, las técnicas mencionadas nos permite recolectar información tanto desde los registros semióticos como de las aproximaciones sobre las acciones mentales y razonamientos covariacionales.

Adicionalmente, los materiales físicos de trabajo implementados para el desarrollo de la investigación fueron guías, grabadora de video, grabadora de audio, un simulador construido en geogebra y un segundo simulador tomado de Phet Interactive Simulations de la Universidad de Colorado. El primero simulador, Geogebra es una hoja dinámica y calculadora gráfica desarrollada que permite visualizar algunos elementos matemáticos como lo son gráficas de funciones, objetos geométricos y transformaciones geométricas entre otros.

*Fase 3*

A partir de los niveles de razonamiento covariacional de Carlson et al. (2003) y los momentos o etapas del proceso de modelación de Biembengut y Hein (2004), Villa (2007) y Vasco (2002) se procede a la construcción de la estructura de categorías para el análisis de la información, es importante resaltar que durante el proceso de observación, análisis y descripción surge la necesidad de la incorporación de categorías emergentes. Los momentos del sistema de categorías del proceso de modelación son los siguientes.

- Momento 1: de familiarización y problematización.
- Momento 2: de captación de la variación.
- Momento 3: de recolección de datos
- Momento 4: de representación y creación de un modelo
- Momento 5: de uso del modelo, de validación y comprobación del modelo

*Fase 4*

Esta fase corresponde a la implementación de los instrumentos para la recolección de datos, información recolectada y organizada con instrumentos software de la siguiente manera.

- Registros escritos: transcritos en tablas Excel y algunas evidencias escritas recolectadas como imagen.
- Registros gráficos: evidencias recolectadas como imagen.
- Registros de audio y video: evidencias recolectadas desde las entrevistas y grabaciones de sesiones de clase transcritas a texto en formato dialogo.

*Fase 5*

En esta fase se realiza el análisis e interpretación de los datos recopilados, en primera instancia se realizó la transcripción de las entrevistas de acuerdo a los segmentos relacionados en la tabla de categorización que permitió encontrar dentro del desarrollo de la situación puntualmente cuándo los sujetos lograban o no cumplir con los indicadores bajo los cuales se diseñaron las preguntas.

Seguidamente, en el análisis se cruzó la información registrada por los estudiantes con las respuestas de los mismos en las entrevistas, evidenciando dentro de los diferentes momentos establecidos para visualizar la manera en que los estudiantes relacionan las magnitudes estudiadas en las diferentes situaciones de covariación expuestas, además de observar si se hacían presentes o no las estructuras mentales que fueran usadas en la solución de las diferentes preguntas realizadas y la secuencia de acciones abordadas en la modelación de cada situación propuesta.

Finalmente, cabe resaltar la necesidad de comparar las respuestas dadas por los estudiantes de los niveles alto, medio y bajo, con el propósito de registrar las diferencias y similitudes en las respuestas. La estructura empleada se basó en:

1. La caracterización, indicador por indicador de cada una de las respuestas de los estudiantes de los diferentes niveles.
2. Un análisis desde la teoría de sistemas de Carlos Vasco, buscando que sucedía con las respuestas al modificar el sistema dentro de la situación expuesta.
3. Un comparativo de las respuestas en búsqueda de similitudes y diferencias entre ellas.

## PROPUESTA DE ACTIVIDADES

### Descripción global de la secuencia

A continuación, se realiza una breve descripción de las tres sesiones diseñadas para poder recoger la información necesaria en la visualización de las características identificadas por los participantes de una función lineal a partir de la transferencia de registros semióticos realizados en cada sesión.

| Sesión Nº 1Prueba Diagnóstica | |
|---|---|
| 1. Nombre de la sesión | Identificación de relaciones de covariación entre magnitudes y transferencia entre representaciones analíticas a cartesianas mediante tabulación y graficación. |
| 2. Descripción global de la sesión | Se trata de presentar situaciones a los participantes que les lleve a realizar representaciones analíticas y cartesianas de las mismas a través de la identificación y uso de la covariación existente entre las diferentes magnitudes empleadas. |
| 3. Objetivos de aprendizaje de los participantes | Esta sesión tiene como fin identificar las diferentes características de las funciones lineales empleadas por los participantes cuando pasan de un tipo de registro semiótico a otro (transferencia), y así describir cómo las situaciones de modelación aportan a este fin. |
| 4. Preguntas de investigación | • ¿Qué nociones de magnitud tienen los participantes?<br>• ¿Cómo registran las relaciones de covariación?<br>• ¿Qué registros semióticos emplean los participantes para describir relaciones de covariación?<br>• ¿Cómo reconocen en un registro gráfico cartesiano la relación covariación propuesta? |
| Momentos | Momento 1. Introductorio. En este momento se pretende ubicar a los participantes en la actividad que se desarrollará.<br>Momento 2. Presentación de la actividad. En este momento se presenta la actividad que se realizará buscando problematizar a los participantes buscando construir una actitud de trabajo centrada en las habilidades y conocimientos previos de los participantes y dejando claro que existirán diferentes maneras de abordar la situación pues la forma de pensar de cada individuo es diferente.<br>Por otra parte, es importante lograr problematizar de una forma tal que en el grupo se genere una necesidad de resolver el problema.<br>Momento 3. De manera individual los participantes abordarán la situación presentada y registrarán en las guías sus respuestas, apreciaciones y diferentes registros gráficos que empleen para empezar a dar solución al problema planteado.<br>Momento 4. Los participantes de reunirán en grupos de 3 o 4 para socializar sus respuestas con los compañeros del grupo y lograr construir un consenso entre sus respuestas, lo anterior mostrándole a los participantes que sin importar el enfoque se puede construir una respuesta que satisfaga a los diferentes miembros del grupo. |
| Materiales | 1. Guías que les permitan a los participantes realizar un registro organizado de sus construcciones tanto individuales como grupales. (ver anexo 1).<br>2. Presentación en Power point o en cualquier medio audiovisual, puesto que es posible que los participantes requieran de explicaciones adicionales que necesiten de ser socializadas a todo el grupo. |

| Sesión No 1 | |
|---|---|
| 1. Nombre de la sesión | Comparación entre tres planes de celular que emplean diferentes características de las funciones lineales para determinar los registros analíticos y algebraicos que describen cada situación expuesta. |
| 2. Descripción global de la sesión | En la sesión se prende que el participante mediante la comparación y caracterización entre tres planes de celular establezca la relación de covariación entre magnitudes, logren describir las funciones desde representaciones analíticas, gráficas y algebraicas. |
| 3. Objetivos de aprendizaje de los participantes | Esta sesión tiene como fin identificar las diferentes características de las funciones lineales empleadas por los participantes cuando pasan de un tipo de registro semiótico a otro (transferencia), y así describir cómo las situaciones de modelación aportan a este fin. |
| 4. Preguntas de investigación | • ¿Cómo registran las relaciones de covariación?<br>• ¿Qué registros semióticos emplean los participantes para describir relaciones de covariación?<br>• ¿Cómo reconocen en un registro gráfico cartesiano la relación covariación propuesta?<br>• ¿Los registros semióticos aportan en la consolidación de un modelo matemático? |
| Momentos | Momento 1: Los participantes de manera individual analizan los tres planes de celular con el objetivo de escoger un plan a partir de criterios propios.<br>Momento 2: Se realiza una puesta en común, grupos conformados de tres a cuatro participantes, de las respuestas del primer momento. Con el objetivo de elegir un plan según un criterio grupal.<br>Momento 3: Se realizar una puesta en común a nivel de todo el grupo de clase.<br>Momento 4: Desarrollo de la guía de la comprensión. |
| Materiales | 1. Guías que les permitan a los participantes realizar un registro organizado de sus construcciones tanto individuales como grupales. (ver anexo 1).<br>2. Presentación en Power point o en cualquier medio audiovisual, puesto que es posible que los participantes requieran de explicaciones adicionales que necesiten de ser socializadas a todo el grupo. |

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS BÁSICAS


Bernal, César A. (2010). *Metodología de la Investigación*. Tercera edición. Pearson Educación: Colombia.

Biembengut, María, y Hein, Nelson. (2004). Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática. *Redalyc: Santillana*, 16(2), 105-125.

D'Ambrosio, Ubitaran. (2009) Mathematical Modeling: Cognitive, Pedagogical, Historical And Political Dimensions. *Journal of Mathematical Modelling and Application* (Maria Salett Biembengut) 1(1), 89-98.

Carlson, Marilyn, Jacobs, Sally, Coe, Edward, Larsen, Sean y Hsu, Eric. (2003). Razonamiento covariacional aplicado a la modelacio n de eventos dina micos: Un marco conceptual y un estudio. *Revista Ema*. 8(2), 121-156.

Hitt, F., y Quiroz, S. (2017). Aprendizaje de la modelación matemática en un medio sociocultural. *Revista Colombia de Educación*, (73), 153-177.

Vasco, Carlos E. (2002). *El pensamiento variacional, la modelación y las nuevas tecnologías*. Tecnologías Computacionales En El Currículo De Matemáticas, Ministerio de Educación Nacional. Bogotá, Colombia.

Villa Ochoa, Jhony A. (2007). La modelacio n como proceso en el aula de matema ticas. Un marco de referencia y un ejemplo. *Tecno Lo gicas*, (19), 63-85.

# LITERATURA Y MATEMÁTICAS, UNA ALIANZA POSIBLE

**Julián David Martínez Hernández**

dmartinezud@gmail.com , Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Bogotá – Colombia)

## RESUMEN

*Se plantea un taller de actividades que permita a los asistentes la reflexión frente a la experimentación al usar la literatura como un recurso en el aula de matemáticas como una de las tantas herramientas que desde la mediación instrumental posibilitan el actuar docente. Se utiliza la metodología de resolución de problemas mediante la cual los asistentes en un primer lugar se aproximarán a la literatura como resolutores de situaciones literarias, y en un segundo momento diseñarán recursos que puedan generar situaciones problema a partir de su vivencia como docentes, se espera que los asistentes al taller reconozcan las propiedades del recurso literario y su utilización en el aula de matemáticas.*

## PALABRAS CLAVE:

Literatura, Mediación instrumental, Recurso didáctico.

## TEMÁTICAS

El taller se propone generar una reflexión en la didáctica de las matemáticas frente al uso de recursos literarios como instrumento didáctico de mediación en el aula de matemáticas.

## OBJETIVOS

Desde una reflexión pedagógica se propone la posibilidad de que un docente pueda interpretar, analizar, comprender y utilizar textos literarios como insumo para la creación de nuevas –o el refuerzo de otras preexistentes- prácticas educativas en el aula de matemáticas.

## REFERENTES TEÓRICOS BÁSICOS

La reflexión pedagógica a realizar se basa en una experiencia educativa que buscó involucrar en su diseño las propiedades del recurso literario; teniendo en cuenta el uso no solamente de textos diseñados para la enseñanza sino aquellos que pudiesen ser de interés directo de los estudiantes.

Se propone entonces un taller que permita a los asistentes responder a dinámicas propias del ejercicio docente, donde es común que existan proyectos de trabajo que exigen la inclusión de elementos que podrían ser ajenos a las herramientas que domina el docente, y que en su práctica puede que no sean comunes. Los proyectos de lectura, generalmente transversales, son parte de la realidad de la práctica docente y pueden ser desencadenadores de aprendizajes en el aula si el profesor tiene las habilidades para lograrlo.

El taller propuesto está se fundamenta en tres ejes básicos de trabajo: una relación de los referentes legales colombianos frente a la lectura y el aprendizaje de las matemáticas, la búsqueda de referentes didácticos acerca del uso de la literatura en el aula de matemáticas y la mediación instrumental como objetivo/camino del aprendizaje en el aula en la utilización de recursos didácticos.

Primero, en el referente legal es válido destacar el trabajo que el MEN (Ministerio de Educación Nacional) y el ICFES realizan en la alineación de la educación frente al modelo educativo/evaluativo; Colombia desarrolló en la última década un modelo escolar basado en las competencias básicas de aprendizaje (ICFES, 2014) donde se observa al analizar los estándares de lengua castellana y matemáticas que los aprendizajes esperados desde ambas disciplinas son similares. Las competencias interpretativas e inferenciales en la primera van muy de la mano con los procesos de comunicación y modelación de la otra y definitivamente hay puntos de encuentro frente a ambos referentes conceptuales.

El uso de cuentos en la enseñanza de las matemáticas no es algo nuevo, existen diversas experiencias que muestran que es posible realizar exitosamente propuestas didácticas que motiven al aprendiz y fomenten una actitud positiva hacia la materia, a la vez que permiten trabajar los contenidos matemáticos de una manera más inductiva que deductiva y más heurística que algorítmica.

Marín (2006) presenta una propuesta que responde a estos requisitos y expone como ventajas del uso de literatura en la enseñanza: i) presentan los aspectos matemáticos en contexto, ii) nos permiten hacer múltiples conexiones matemáticas, iii) provocan una alta motivación en los aprendices, iv) favorecen la actitud positiva hacia las matemáticas, v) son un elemento aglutinador de contenidos de diversas disciplinas.

Finalmente, el tercer eje presenta a los artefactos para la mediación, que son considerados, además de medio para llevar a cabo una acción concreta, como un medio para el aprendizaje. Sin embargo, para que estos puedan realizar la acción pedagógica correspondiente es necesario que sean más que un artefacto y que, mediante su uso y la orientación debida, se conjuguen con las habilidades del usuario convirtiéndose en un instrumento. (Pérez, 2014).

Los tres ejes presentados interactúan con las actividades del taller para diseñar y gestionar distintas dinámicas que desde el aula de matemáticas pueden transversalizar los aprendizajes en el aula a partir de la lectura utilizando diversos recursos literarios en las distintas etapas del proceso. Los textos, menciona Martinez (2017), se utilizan en ocasiones como introducción a una temática, como mediadores en la profundización de los conceptos y en los procesos evaluativos, permitiendo evidenciar los procesos de instrumentación e instrumentalización.

En términos generales, las actividades del taller intentan exaltar el potencial del recurso literario cuando es utilizado en un aula de matemáticas dispuesta al cambio y la innovación, no se plantea que deba utilizarse en todas las aulas ni con todos los contenidos, pero sí que sean una muestra que el acercamiento a conceptos teóricos que muchas veces distan de la práctica pueden tener su explicación en el recurso literario, haciendo que los jóvenes aprendices interactúen mejor con las matemáticas.

Finalmente es importante resaltar que los textos a utilizar tomarán como referentes la historia de las matemáticas, novelas juveniles, y el conocimiento del profesor, mostrando que la "inspiración" del recurso literario proviene de diversas fuentes y que el proceso de utilización del mismo puede ser análogo o complementario con el de la transposición didáctica mostrado por Chevallard (1991), en donde el saber sabio es transformado para construir conocimientos en los estudiantes.

## PROPUESTA DE ACTIVIDADES

El taller estará dividido en tres momentos, en el primero se explicarán los referentes teóricos en los que se apoyan las actividades, en un segundo momento se propondrán tres distintos fragmentos (*Bajo la misma estrella*, *Matematicuentos*, Arquimedes y la defensa de Siracusa.) mediante los cuales se presentarán diversas preguntas para que los asistentes reflexionen sobre su posible implementación en el aula.

En un momento final, se pedirá a los asistentes que creen su propio recurso literario, utilizando para esto la historia de las matemáticas, la didáctica del objeto matemático que desean enseñar o una experiencia anterior que haya sido exitosa, la idea es que este recurso se relacione con la temática del evento (Educación estadística).

Se presentan a continuación los fragmentos a utilizar en el segundo momento del taller.

**Texto 1.**

"Me llamo Hazel. Augustus Waters fue el fugaz gran amor de mi vida. La nuestra fue una historia de amor épica, y no profundizaré más en el tema para no hundirme en un mar de lágrimas. Gus lo sabía. Gus lo sabe.

No voy a contarles nuestra historia de amor porque, como todas las historias de amor reales, morirá con nosotros, como debe ser. Esperaba que él me hiciera un discurso fúnebre a mí, porque nadie podría habérmelo hecho mejor… No puedo hablar de nuestra historia de amor, así que hablaré de matemáticas.

No soy matemática, pero de algo estoy segura: entre el 0 y el 1 hay infinitos números. Están el 0.1, el 0.2, el 0.112 y toda una infinita colección de otros números. Por supuesto, entre el 0 y el 2 también hay una serie de números infinita, pero mayor, y entre el 0 y un millón. Hay infinitos más grandes que otros. Nos lo enseñó un escritor que nos gustaba.

En estos días, a menudo siento que me fastidia que mi serie infinita sea tan breve. Quiero más números de los que seguramente obtendré, y quiero más números para Augustus de los que obtuvo.

Pero, Gus, amor mío, no puedo expresar lo mucho que te agradezco nuestro pequeño infinito. No lo cambiaría por el mundo entero. Me has dado una eternidad en esos días contados, y te doy las gracias."

*Tomado de "bajo la misma estrella" John Green*

***Texto 2.***

"Aclaró que un Aleph es uno de los puntos del espacio que contiene todos los puntos. […]
–Sí, el lugar donde están, sin confundirse, todos los lugares del orbe, vistos desde todos los ángulos."

Y más abajo continúa:

"Lo que vieron mis ojos fue simultáneo: lo que transcribiré, sucesivo, porque el lenguaje lo es. Algo, sin embargo, recogeré. En la parte inferior del escalón, hacia la derecha, vi una pequeña esfera tornasolada, de casi intolerable fulgor. Al principio la creí giratoria; luego comprendí que ese movimiento era una ilusión producida por los vertiginosos espectáculos que encerraba. El diámetro del Aleph sería de dos o tres centímetros, pero el espacio cósmico estaba ahí, sin disminución de tamaño. Cada cosa (la luna del espejo, digamos) era infinitas cosas, porque yo claramente la veía desde todos los puntos del universo. Vi el populoso mar, vi el alba y la tarde, vi las muchedumbres de América, vi una plateada telaraña en el centro de una negra pirámide, vi un laberinto roto (era Londres), vi interminables ojos inmediatos escrutándose en mí como en un espejo, vi todos los espejos del planeta y ninguno me reflejó, vi en un traspatio de la calle Soler las mismas baldosas que hace treinta años vi en el zaguán de una casa en Fray Bentos, vi racimos, nieve, tabaco, vetas de metal, vapor de agua, vi convexos desiertos ecuatoriales y cada uno de los granos de arena […]".

Tomado de El Aleph, Borges (1981)

***Texto 3.***

**"Arquímedes y la defensa de Siracusa"**

Los inventores son los principales agentes de cambio en nuestra sociedad, pues sus creaciones, desde el inicio de las civilizaciones, son parte de la evolución, Arquímedes fue un notable matemático e inventor griego, tal vez el más importante exponente de la mecánica, la geometría plana y del espacio y la aritmética de la antigüedad clásica.

De la vida de Arquímedes se conoce muy poco. Se cree que nació en Siracusa en la isla de Sicilia en el año 287 a.n.e. En aquella época, Siracusa era un asentamiento griego importante dado su situación geográfica.

Arquímedes era un experto ingeniero; sabemos que pasó la mayor parte de su vida en Sicilia, en Siracusa y sus alrededores, dedicado a la investigación y los experimentos. Aunque no tuvo ningún cargo público durante la conquista de Sicilia por los romanos, colaboró con las autoridades de la ciudad y muchos de sus instrumentos mecánicos se utilizaron en la defensa de Siracusa.

Entre la maquinaria de guerra cuya invención se le atribuye está la catapulta y un sistema de espejos que incendiaba las embarcaciones enemigas al enfocarlas con los rayos del sol.

¿Cómo funcionaba? Las fuentes históricas no son muy confiables, pero la leyenda dice que el gran inventor mandó pulir los escudos de bronce de todo el ejército Siciliano y los apostó en la playa donde: dadas ciertas indicaciones y posicionándolos de una manera muy específica Arquímedes logró concentrar los rayos solares en un único punto aumentando a tal grado la temperatura de los barcos que terminaban incendiados. La flota romana y sus barcazas no fueron rival alguno para el genio de las matemáticas y la física.

Otras versiones incluso plantean que no fue necesario un gran ejército con escudos pulidos, sino la construcción de espejos curvos que realizaban el trabajo de enfocar los rayos del sol desde las torres gracias a su forma. Si recuerdas el clásico juego Age of Empires y su campaña en Siracusa de seguro recordarás lo invencibles que las torres de espejos eran en la batalla.

Ahora, si es leyenda, mito o realidad ha generado controversia a lo largo de los siglos posteriores a Arquímedes. Muchos descartan la idea como fantasiosa y surreal, mientras que científicos de renombre (desde el renacimiento hasta el día de hoy) plantean la posibilidad como verídica y le dan al rayo de calor un carácter de arma novedosa, pese a la complejidad de su diseño.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS BÁSICAS

Borges (1981) El Aleph, Alianza Editorial, Madrid, España.

Chevallard, Y. (1991). La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado, 3.

Green,j. (2012) Bajo la misma estrella, Nube de tinta.España

Marín, M. (2006). Las matemáticas de una novela. SIGMA 29, 159-172.

Martinez, J (2017) *El Uso de la Literatura como Recurso Didáctico en el Aula de Matemáticas; Un Estudio de Caso de la Práctica de Estudiantes de LEBEM (Tesis de Pregrado),* Universidad distrital FJC, Bogotá Colombia.

ICFES. (2014). Alineación prueba saber 11°, www.icfes.gov.co. Recuperado el 28 de 03 de 2018, de http://www.icfes.gov.co/docman/instituciones-educativas-y-secretarias/saber-11/novedades/651-alineacion-examen-saber-11/file?force-download=1

Pérez Medina, C. R. (2014). Enfoques teóricos en investigación para la integración de la tecnología digital en la educación matemática. Perspectiva Educacional, Formación de Profesores, *53*(2).

# DGPAD COMO MEDIO PARA CONCEPTUALIZAR LA RELACIÓN ENTRE LOS REGISTROS DE REPRESENTACIÓN ALGEBRAICO Y GRÁFICO DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA

**Mary Jarley Soler Garzón**

Marysoler15@gmail.com, Universidad Distrital (Bogotá -Colombia)

**Mireya García Daza**

Mireya010388@gmail.com, Universidad Distrital (Bogotá- Colombia)

## RESUMEN

*En este taller se proponen actividades para la construcción de la relación entre los registros de representación gráfico y algebraico de la función cuadrática. Para el diseño de las actividades se hace uso del software DGPad en el que se construye un medio con el cual el estudiante pueda interactuar, y con esto, generar aprendizaje de algunas características del objeto función cuadrática. Dicho medio está compuesto por dos representaciones del objeto función cuadrática, una en el registro algebraico y la otra en el registro gráfico. El estudiante podrá realizar acciones sobre uno de los registros, y el medio le solicitará realizar cambios en el otro registro. Todos los cambios que realice el estudiante en el registro al que tiene acceso, producirán también cambios correspondientes en las representaciones del otro registro. De esta manera, el estudiante podrá inferir las reglas que regulan esos cambios.*

## PALABRAS CLAVE:

Función cuadrática, representaciones semióticas, Dgpad, conversión de registros.

## TEMÁTICAS

El taller pretende favorecer la comprensión de la función cuadrática, aprovechando el potencial del software DGPad para promover la coordinación de los registros gráfico y algebraico. A partir de la presentación simultánea de los dos tipos de representación, dando la posibilidad de manipular estas representaciones y hacer que los cambios en una representación tengan consecuencias en la otra representación.

## OBJETIVOS

Utilizar el software Dgpad como medio para construir un aprendizaje por adaptación de la relación entre los registros de representación algebraico y gráfico de la función cuadrática.

## REFERENTES TEÓRICOS BÁSICOS

Para este taller se consultan como referentes teóricos a Duval (2004) quien afirma que la utilización de los registros semióticos tiene una seria implicación en el aprendizaje de conceptos matemáticos. Y Brousseau (1986) quien, en la teoría de situaciones didácticas, propone el aprendizaje por adaptación, con el cual se analiza la interacción de los estudiantes con el software. Además, se realiza una revisión de las representaciones de la función cuadrática, enfatizando en la relación existente entre la representación gráfica y la algebraica.

Duval (2004) establece que los objetos matemáticos son abstractos y que su existencia se visualiza a partir de signos, es por esto que es indispensable para el estudiante reconocer un objeto matemático en más de un sistema de representación. Para que un estudiante logre dicho reconocimiento Duval (2004) propone 3 actividades cognitivas que deben permitir los sistemas semióticos:

1. Se debe hacer uso de signos para constituir una marca que pueda ser identificada como la representación de alguna cosa. (Formulación).

2. Se manipula la representación usando reglas propias del sistema, obteniendo otra representación dentro del mismo sistema. (Tratamiento).

3. Se transforma una representación producida en un sistema, a una representación de otro sistema que exprese otras significaciones de lo representado. (Conversión). (Duval, 2004, p. 123)

Por otro lado, en la Teoría de Situaciones Didácticas, Brousseau (1986), describe el aprendizaje como un proceso de adaptación de un sujeto a un medio. El sujeto interactúa con el medio, el cual le opone resistencias y esto produce contradicciones, dificultades y desequilibrios.

Para Acosta, Monroy y Rueda (2010) la interacción sujeto-medio está compuesta por 5 elementos:


Figura 1. Aprendizaje por adaptación
Tomado de Acosta, Monroy y Rueda (2010)

Según Brousseau (citado en Acosta, Monroy y Rueda, 2010) el docente puede moldear el medio para lograr el aprendizaje de los conceptos matemáticos en sus estudiantes. Para esto debe tener presente que el medio debe ser exterior al alumno, el sujeto debe poder realizar acciones sobre el medio, el medio debe reaccionar ante las acciones del sujeto y por último el medio debe tener restricciones en las acciones: no todas las acciones deben ser posibles. (Acosta, Monroy y Rueda, 2010, p. 175).

Finalmente, para este taller se usará la forma canónica de la función cuadrática, debido a que es en esta forma que tienen sentido gráfico los parámetros de la expresión, como se explica a continuación.

- $a$ está directamente relacionado con la amplitud de la parábola:

Con $a>0$ la parábola es cóncava hacia arriba. Es decir, el vértice de la parábola corresponde a un punto mínimo.

Con $a<0$ la parábola es cóncava hacia abajo. Es decir, el vértice de la parábola es un punto máximo.

Al aumentar el valor de *a*, la amplitud de la parábola disminuye. Es decir, la gráfica "se cierra" alrededor de su eje de simetría.

Al disminuir el valor de *a*, la amplitud de la parábola aumenta. Es decir, la gráfica "se abre" alrededor de su eje de simetría.

Esta variación se debe a la tasa de crecimiento de la función: entre mayor sea el valor de a, la amplitud de la parábola disminuirá, porque los valores de f(x) aumentaran más rápido con respecto a los valores de x.

- -b es el valor de la abscisa del vértice.

Al aumentar el valor de b, la parábola se mueve horizontalmente hacia la izquierda.

Al disminuir el valor de b, la parábola se mueve horizontalmente hacia la derecha.

Esta variación se debe a que el valor de f(x-b) en x es el mismo valor de f(x) en x-b. Puesto que x-b está b unidades a la izquierda de x, se deduce que la gráfica de y=f(x-b), es la gráfica de y=f(x) desplazada a la derecha b unidades.

- c es el valor de la ordenada del vértice.

Al aumentar el valor de c, la parábola se mueve verticalmente hacia arriba.

Al disminuir el valor de c, la parábola se mueve verticalmente hacia abajo.

Esta variación se debe a que el valor independiente de la representación algebraica, corresponde al punto donde corta la representación geométrica con el eje y.

## PROPUESTA DE ACTIVIDADES

El taller está organizado en dos series; en la primera, se realiza la conversión del registro algebraico al gráfico, y en la segunda se realiza la conversión del registro gráfico al algebraico de la función cuadrática.

Cada serie comprende 5 actividades: una para la manipulación del parámetro c, una para la manipulación del parámetro b, una para la manipulación del parámetro a, una para la manipulación simultánea de los parámetros b y c y una para la manipulación simultánea de los tres parámetros. En cada actividad se propone una tarea de experimentación (en la cual se permite a los estudiantes modificar libremente uno de los parámetros en uno de los registros e identificar los efectos de estos cambios en el otro registro) y una tarea de anticipación (en la cual deben predecir el cambio que es necesario realizar en uno de los registros para obtener un efecto determinado en el otro).

**Primera serie: conversión del registro algebraico al gráfico**

Se presenta a los estudiantes simultáneamente la representación algebraica y la representación gráfica de una parábola verde y la representación gráfica de una parábola naranja; se le pide al estudiante que modifique en la ecuación el parámetro correspondiente a cada actividad para que la parábola verde quede superpuesta a la parábola naranja.

Tarea de Experimentación

En los ejercicios de experimentación se presenta el parámetro de la ecuación que debe ser modificado con una lista desplegable, gracias a la cual el estudiante puede hacerlo variar. Todo cambio en el valor de c produce un cambio en la representación gráfica de la parábola verde. El estudiante puede entonces experimentar con distintos valores de los parámetros de la ecuación y observar los efectos de estos cambios en la ubicación de la parábola verde.

Tarea de anticipación

Cuando el estudiante haya realizado correctamente la tarea de experimentación 5 veces, se da paso a la tarea de anticipación. En esta tarea se representa el parámetro de la ecuación que debe modificar con una casilla; de esta manera, el estudiante ya no podrá variar libremente el valor de los parámetros, sino que tendrá que pensar en un valor y escribirlo en la casilla.

**Segunda serie: conversión del registro gráfico al algebraico.**

Se presenta simultáneamente la representación algebraica y la representación gráfica de una parábola verde y la representación algebraica de una parábola naranja y se pide al estudiante que mueva el vértice de la parábola para que la ecuación verde quede igual a la ecuación naranja.

Tarea de experimentación

En los ejercicios de experimentación se presenta la parábola verde que el estudiante puede mover arrastrando su vértice. Todo cambio en el vértice de la parábola produce un cambio en la ecuación verde. El estudiante puede entonces experimentar con distintas ubicaciones del vértice de la parábola y observar los efectos de estos cambios en la ecuación verde.

Tarea de anticipación

Cuando el estudiante haya realizado correctamente la tarea de experimentación 5 veces, se da paso a la tarea de anticipación, en la que deberá señalar el punto al que debe mover el vértice de la parábola para que la ecuación verde quede igual a la ecuación naranja. El estudiante ya no podrá arrastrar el vértice de la parábola libremente, sino que tendrá que pensar en una ubicación y seleccionarla.


Figura 2. Actividades de conversión del registro algebraico al gráfico.

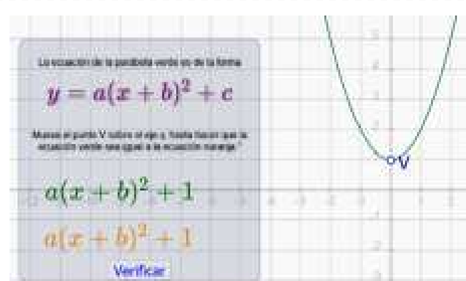



Figura 3. Actividades de conversión del registro gráfico al algebraico.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS BÁSICAS

Acosta, M., Monroy, L., y Rueda, K. (2010) Situaciones a-didácticas para la enseñanza de la simetría axial utilizando Cabri como medio. Revista Integración. Vol. 28. 173-189. Universidad Industrial de Santander Recuperado de: http://matematicas.uis.edu.co/~integracion/Ediciones/vol28N2/V28N2-6Acosta.pdf.

Brousseau G. (1986): Fundamentos y métodos de la Didáctica de la Matemática. Universidad Nacional de Córdoba, Facultad de Matemática Astronomía y Física, Serie B, Trabajos de Matemática, No. 19 (versión castellana 1993).

Duval, R. (2004) Semiosis y Pensamiento Humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales. Universidad del Valle. Instituto de Educación y Pedagogía. 2ª edición.

# TRENZAS; HACER MATEMÁTICAS PARTE 2 (Kumihimo)

**Jeisson Sneyder Torres Rodríguez**

Jeistro.13.95@gmail.com, Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Bogotá D.C.- Colombia)

**Juan Sebastián Luna Poloche**

Juanpolocheppc@gmail.com, Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Bogotá D.C.- Colombia)

## RESUMEN

*Las actividades planteadas en el taller tienen como base el estudio del concepto de trenzas y nudos, así como emplear algunas generalizaciones obtenidas de estas. Se establece un grupo de n-hebras con las que se trabajará en el telar japonés de tipo circular llamado Kumihimo, en el cual se identificarán algunas propiedades de los números reales que son la propiedad asociativa, conmutativa; inversos y permutaciones asociadas. Se pretende inicialmente plantear un grupo de hebras comunes, para obtener inicialmente un grupo de trenzas y manillas de tipo redondo con el telar a utilizar. En el tejido obtenido se realizarán conjeturas y generalizaciones, las cuales serán concebidas por el grupo en general (Participantes) de manera empírica, para visualizar las matemáticas escondidas en esta artesanía.*

## PALABRAS CLAVE:

Trenzas, nudos, telar, algebra, inversos.

## TEMÁTICAS

Propiciar un ambiente en el cual los participantes del taller experimenten, relacionen varios conceptos matemáticos como trenzas, álgebra abstracta asociados a la elaboración de tejidos artesanales en el telar redondo Kumihimo.

## OBJETIVOS

- Matematizar algunos tejidos artesanales que se obtienen por medio del telar redondo Kumihimo.
- Plantear a los participantes una manera alternativa de la enseñanza y aprendizaje del algebra abstracta.
- Visualizar por medio de las trenzas y el tejido en general, las destrezas implícitas que pone a prueba las nociones de lateralidad y direccionalidad de cada participante.

## REFERENTES TEÓRICOS BÁSICOS

### Teoría de trenzas

De la teoría de trenzas se relatan aspectos específicos como el origen y uso de las palabras nudos, enlaces, trenzas asociadas a objetos cotidianos que el hombre ha utilizado desde los tiempos más antiguos. Un claro ejemplo de ello es el de los marinos han ideado distintas clases de nudos para sus necesidades en esta labor siendo estos quienes asignaran un nombre propio. Pero también han servido como adorno ornamental e incluso como sistema de enumeración.

La Teoría de nudos, enlaces y trenzas tiene diversas aplicaciones como por ejemplo en Biología, en Física e incluso en Criptografía entre otras. La Teoría de Trenzas, inventada en 1925 por el geómetra y matemático Emil Artin. Una trenza se puede representar mediante una palabra (con minúsculas y mayúsculas) tal larga como se quiera. El número de letras distintas más 1 es el número de cuerdas que necesitamos para formar la trenza. Por ejemplo, la palabra necesita 4 cuerdas.

Se tiene que, a su vez se tiene que, en el grupo de trenzas, lo mismo ocurre con dos cuerdas consecutivas de la trenza, etc. También se da la relación de conmutatividad y lo mismo pasa con cuerdas separadas por al menos otra cuerda en medio, etc). Dos trenzas son equivalentes si manipulándolas, sin soltar los extremos, se pasa de una a la otra, se tiene que dos trenzas son equivalentes si y solamente si las palabras asociadas en el grupo de trenzas coinciden. Esto nos permite trabajar algebraicamente.

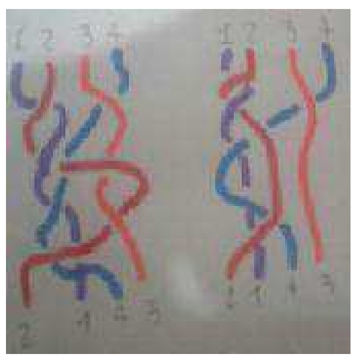


**Figura 1: Trenzas equivalentes Fuente propia**

## Niveles de Matematización de Freudhental

Los niveles de matematización planteados por Freudhental permiten institucionalizar la importancia teórica de matematizar algún objeto matemático a enseñar, ya que este se formaliza a partir de la matematización horizontal, que es cuando se describe el artefacto a desarrollar en este caso la forma y/o manera de trenzar en un telar redondo. También se formaliza la enseñanza por medio de la matematización vertical, cuando se potencian las nociones o conceptos matemáticos para poner en práctica en este caso temáticas asociadas al algebra abstracta, que permiten visualizar como las matemáticas emergen de un contexto cotidiano.

## PROPUESTA DE ACTIVIDADES

En $T_4$ (4 Hebras) se establecen los siguientes movimientos, teniendo en cuenta que estos se realizan de izquierda a derecha.

a= 1 sobre 2

A= 1 bajo 2

b= 2 sobre 3

B= 2 bajo 3

c= 3 sobre 4

C= 3 bajo

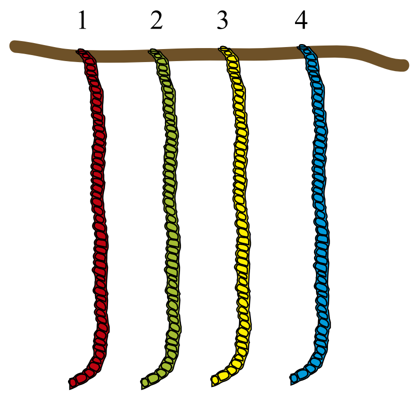



**Figura 2: Posición de las hebras. Fuente propia**
**Trenzas parte 1**

1. Construir las siguientes trenzas:

abc

Mediante la construcción de las trenzas, se propondrá a los participantes los siguientes cuestionamientos:

- ¿Se cumple la propiedad asociativa? ¿(ab)c=a(bc)?
- ¿Se cumple la propiedad conmutativa?

2. Posteriormente se da paso a trabajar en el telar redondo Kumihimo:

   En $T_2$ (2 Hebras) se establecen los siguientes movimientos, teniendo en cuenta que a cada hebra se le asocia un número que representa la posición, las hebras se mueven en el sentido de las manecillas del reloj, pero el telar redondo se mueve en sentido opuesto a las manecillas del reloj para generar la tensión del tejido que se construye.

Hebra verde posición 1 se

Hebra verde posición 8

Los participantes deben realizar la secuencia de movimientos de la siguiente manera: 1 a 16, 8 a 24, 16 a 1, 24 a 8 y así sucesivamente.

**Figura 2: Posición de las hebras. Fuente propia**

Luego, se propondrá a los participantes los siguientes cuestionamientos, en telar redondo ¿también se cumplen los cuestionamientos empleados en las trenzas iniciales?

- ¿Se cumple la propiedad asociativa? ¿(ab)c=a(bc)?
- ¿Se cumple la propiedad conmutativa?

3. A continuación, se realizarán las siguientes instrucciones: hebras color fucsia ocupan las posiciones 1,2,14,17,18,21,22,25,29 y hebras color verde posiciones 5,6,10,13,26,30, hebra naranja poción 9 construya una manilla de tipo circular. (los docentes especificaran el movimiento de cada posición).

Posición de hebras fucsia se mueven una posición delante de las hebras verdes.

Hebras color verde se mueven detrás de cada una de cada movimiento de las hebras fucsia.

Hebra naranja se mueve entre la posición intermedia de las hebras fucsia y verde para conservar el centro de la flor.


**Figura 3: Posición de las hebras y flor. Fuente propia**

- Describa qué forma se obtiene tejiendo con la secuencia empleada. Se obtendrá una manilla con forma de Flor.
- Describa a ¿cuál $T_n$ está asociado la secuencia?
- ¿Qué movimientos deshacen la secuencia propuesta?
- ¿Cuántas veces debo realizar los movimientos descritos, según la secuencia numérica dada para volver a obtener las hebras en su lugar original?

4. Proponer a los participantes postular nuevos movimientos, construir trenzas y observar el comportamiento del nuevo grupo de trenzas.

5. Institucionalizar los conceptos relacionados detrás de los tejidos construidos tales como las nociones de lateralidad, estructuras algebraicas, Grupo, semigrupo, campo, anillo, inversos, elemento neutro y permutaciones asociadas a los movimientos del telar redondo.

   Además, se dará a conocer los niveles de matematización que sustentan el desarrollo de la propuesta del taller.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS BÁSICAS

Freudhental, H. (1999). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. London, England

Rodríguez, J. (2008). *Juegos topológicos* [Blog]. Recuperado de https://topologia.wordpress.com/2008/10/17/trenzas/

## EXPERIENCIAS DE AULA

# LA FORMACIÓN INICIAL A DISTANCIA PARA PROFESORES DE PRIMARIA: UNA PROPUESTA DESDE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

***Elizabeth Torres Puentes***

etorresp@pedagogica.edu.co, *Universidad Pedagógica Nacional (Bogotá- Colombia)*

***Lyda Constanza Mora***

lmendieta@pedagogica.edu.co, *Universidad Pedagógica Nacional (Bogotá- Colombia)*

***Marta Cecilia Torrado***

mctorrado@pedagogica.edu.co, *Universidad Pedagógica Nacional (Bogotá- Colombia)*

## RESUMEN

*La presente ponencia expone la propuesta para la formación en educación matemática de profesores normalistas o bachilleres quienes asumen el ejercicio de ser profesor sin haber cursado una licenciatura, pero que sus conocimientos y experiencia les ha permitido acumular un saber importante para la formación de niños y niñas a nivel de la primaria en el país. La Universidad Pedagógica Nacional, formadora de formadores, ha trabajado durante los últimos 4 años, en un programa de Licenciatura en Educación Básica Primaria, bajo la metodología de Distancia Tradicional, para poder cualificar la formación de estos maestros a nivel nacional. En el marco de esta licenciatura se ha construido una propuesta de tres cursos de educación matemática, cuyo eje central son los procesos matemáticos, vinculados con los tipos de conocimiento para formación profesional del profesor de matemáticas, lo que ha implicado una innovación en la formación de profesores para la básica primaria.*

## PALABRAS CLAVE:

Formación de profesores de matemáticas; Educación Superior; Educación básica primaria; procesos matemáticos.

## INTRODUCCIÓN

La Universidad Pedagógica Nacional, ha dado apertura, para el periodo 2018-III, de su programa Licenciatura en Educación Básica Primaria, cuya modalidad es Distancia tradicional, para la formación de profesores normalistas, dando respuesta a la necesidad de profesionalización. En el marco de la licenciatura se ha construido una propuesta de formación en educación matemática a partir de tres cursos que privilegian los procesos matemáticos vinculados con los tipos de conocimientos para la formación profesional del profesor de matemáticas:

- Taller Educación matemática I. Resolución de problemas.
- Taller Educación matemática II. Representación, Modelación y Comunicación.
- Taller Educación matemática III. Generalización, Razonamiento y Argumentación.

Los tres cursos propuestos, han aportado a una mirada distinta de la formación del educador matemático en tanto su eje central son los procesos matemáticos, en vinculación con el saber matemático propiamente dicho, las didácticas de los distintos objetos matemáticos, y la investigación que puede hacer el profesor de su propia práctica.

## REFERENTE CONCEPTUAL

La construcción de la propuesta para la formación en educación matemática de los estudiantes de la Licenciatura en Educación Básica Primaria de la Universidad Pedagógica Nacional, se ha basado en diferentes consideraciones que han implicado apuestas teóricas:

- **Procesos generales:** los Lineamientos Curriculares de Matemáticas, han considerado que estos procesos "tienen que ver con el aprendizaje, tales como el razonamiento; la resolución y planteamiento de problemas; la comunicación; la modelación y la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos" (MEN, 1998, p. 18).

- **Objetos matemáticos y su didáctica:** se han tenido en cuenta los objetos matemáticos que según los Estándares Básicos De Competencias En Matemáticas (MEN, 2003), han de conocer, interpretar, representar, comprender, etc, los niños y niñas que cursan los dos primeros ciclos de la educación básica, pero también la didáctica que estos objetos requieren para garantizar su comprensión (Barody, 1997; Bedoya, y Orozco, 1991; Cabanne, y Ribaya, 2013; Castaño, 1996; Castro, 2001; Castro, Rico, y Castro, 1999; Cid, Godino, y Batanero, 2004; Chamarro, 2003; Dickson, Gibson, y Brown, 1991; Luque, Mora, y Páez, 2013; Panizza, 2003; Torrado, Andrade, Gordillo, y Thiriat, 2004, entre Otros).

- **Formación de profesores de matemáticas**: se reconoce que el conocimiento profesional del profesor de matemáticas, tiene en cuenta distintos conocimientos que no solo vinculan el conocimiento de las matemáticas, de esta manera los cursos de matemáticas dispuestos en el marco de la Licenciatura en Educación Básica Primaria, explora los trabajos de Ball y otros, Godino, Rowland y otros, Stacey y otros, para considerar la siguiente base de la formación de profesores: conocimiento matemático, conocimiento curricular de las matemáticas escolares de la Educación Básica Primaria, conocimiento pedagógico del contenido matemático, conocimiento práctico y conocimiento didáctico del contenido matemático y de los procesos matemáticos.


Diagrama 1. Formación de profesores en matemáticas, en el marco de la Licenciatura en Educación Básica Primaria, de la Universidad Pedagógica Nacional. Fuente: Construcción propia.

## DESCRIPCIÓN DE LA EXPERIENCIA

La construcción de los cursos, implicó un estudio y apropiación de los ejes teóricos antes descritos, por parte de las docentes autoras, en contraste con su experiencia como profesoras de la educación básica primaria y como formadoras de licenciados.

Los cursos han sido diseñados y cargados en la plataforma Moodle de la UPN, con una extensión a cartilla imprimible, contemplada por la modalidad a Distancia tradicional. La estructura general de los cursos contempla:

- Introducción: en la que se presenta cada uno de los cursos, sus alcances, objetivos, evaluación, etc.
- Reflexiones iniciales: donde el maestro en formación inicial se cuestiona sobre cómo fue su formación en la básica primaria, y sobre los procesos generales, que implican procesos matemáticos.
- Conceptualización: se brinda al estudiante de la licenciatura herramientas desde la teoría para la comprensión de los objetos matemáticos y sus didácticas.
- Práctica didáctico-matemática: En la que se problematiza la práctica y el hacer profesional del profesor de matemáticas.

Las actividades propuestas en cada uno de los cursos, consideran saberes, acciones, preguntas, prácticas, etc, propias del profesor de Educación Básica Primaria que enseña matemáticas:

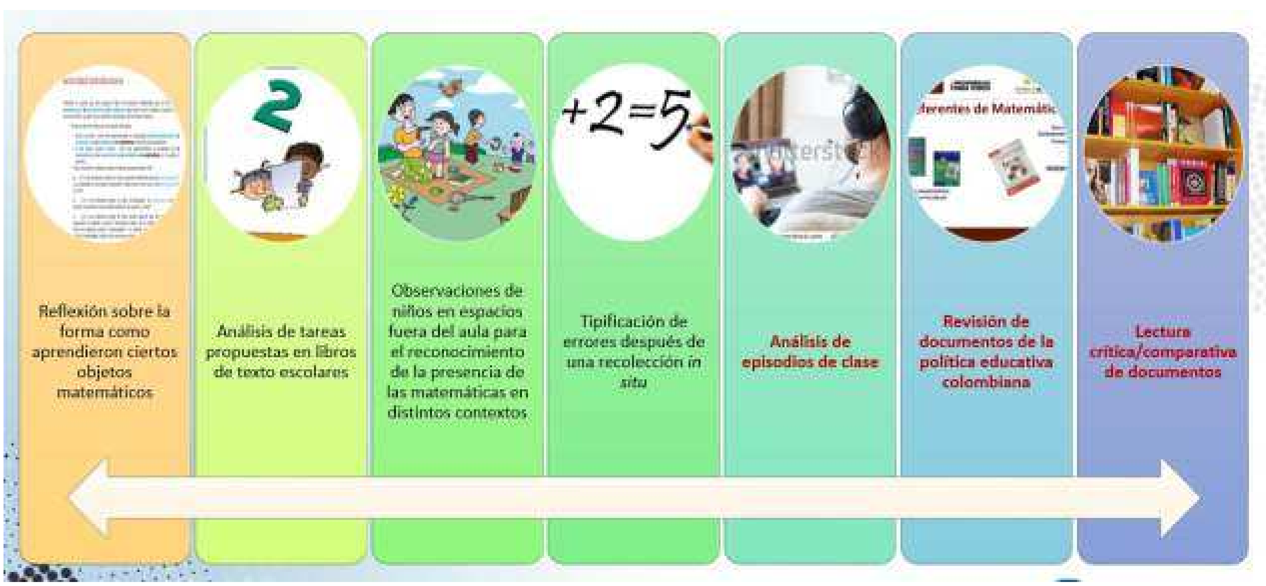



Diagrama 2. Estructura de las actividades propuestas para los cursos de matemáticas, en el marco de la Licenciatura en Educación Básica Primaria, de la Universidad Pedagógica Nacional. Fuente: Construcción propia.

Actualmente se cuenta, con el diseño y montaje de los dos primeros cursos.

## REFLEXIONES Y CONCLUSIONES

Como se mencionó anteriormente, la Licenciatura en Educación Básica Primaria de la Universidad Pedagógica Nacional, hace su apertura en el periodo 2018-III, por lo tanto, aún no se puede hacer un análisis en el impacto en el cambio de las prácticas de enseñanza y de aprendizaje de las matemáticas llevadas a cabo por profesores en ejercicio, como los profesores normalistas. Sin embargo, en la construcción de los cursos se puede concluir lo siguiente:

- Considerar los procesos generales como eje fundamental de los cursos, ha implicado una innovación en la formulación de actividades para la formación de profesores de matemáticas en la educación básica primaria, en tanto los diferentes programas de formación privilegian los objetos matemáticos, o el enfoque de pensamientos y sistemas.
- La idea de desarrollar los cursos bajo el formato de taller, reconoce la importancia de hacer coincidir aspectos imprescindibles en *Espacios enriquecidos*[2] para la formación de profesores de matemáticas como lo son la didáctica, la pedagogía, la investigación y la disciplina, vinculados a la práctica.
- El diseño y montaje de los cursos, han implicado tener en cuenta las particularidades de los maestros normalistas, quienes por sus condiciones de formación no han ahondado en el vínculo de lo que supone la didáctica, la pedagogía, la investigación y la disciplina, en un plano investigativo de su propia práctica.
- La concepción y construcción de los cursos, pretende poner en relieve el hacer del profesor de primaria como educador matemático, pues actualmente esta labor puede ser ejercida por cualquier profesional sin una formación propia de los objetos matemáticos y su didáctica, lo que lleva a replicar la manera como ellos aprendieron.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS BÁSICAS

Barody, A. (1997). *El pensamiento matemático de los niños*: un marco evaluativo para maestros de preescolar, ciclo inicial y educación especial. España: Aprendizaje Visor.

Bedoya, E. y Orozco, M. (1991). El niño y el Sistema de numeración decimal. En: *Revista Comunicación, Lenguaje y Educación*. 3(11-12), 55-62.

Cabanne, N. y Ribaya, M. (2013). *Didáctica de la Matemática en el nivel Inicial*. Buenos Aires: Bonum.

Castaño J. (1996). *Hojas Pedagógicas 1 a 10*. Colección: Matemática Serie lo numérico. Proyecto: Des.

Castaño, J. (1991). *La construcción del conocimiento matemático en el grado cero*. Bogotá: Ministerio Nacional de Colombia

Castro, E. (2001). *Didáctica de las matemáticas en la educación primaria*. Madrid: Síntesis.

[2] Término presentado por las profesoras Rosa Mercedes Reyes-Navia y Dora Bonnet de Salgado (2004), en el marco del trabajo desarrollado en el marco del Programa de Educación Infantil de la Universidad Pedagógica Nacional.

Castro, E., Rico, L. y Castro, E. (1999). *Estructuras aritméticas elementales y su modelización*. Bogotá, D.C.: Una empresa docente. Disponible en:http://www.ricardovazquez.es/MATEMATICASarchivos/MULTIPLICACION/estructura%20multi/estruc%20multip.pdf

Cid, E., Godino, J. y Batanero, C. (2004). *Matemáticas para maestros*. Recuperado de https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/8_matematicas_maestros.pdf

Chamarro, C. (coord). (2003). *Didáctica de las Matemáticas en la Educación Primaria*. Madrid: Pearson.

Chamorro, C. (coord). (2005). *Didáctica de las Matemáticas para Educación Infantil*. Madrid: Pearson Prentice Hall

Chamorro, M.C. y Belmonte, J.M.(2000). *El problema de la medida. Didáctica de las magnitudes lineales.* Madrid: Síntesis. 3ª. Reimpresión. Disponible en: https://drive.google.com/file/d/0B7LMsYASSioyWDVBRV9KLXEwVTg/view?usp=sharing

Dickson, L. Gibson, O. y Brown, M. (1991). *El aprendizaje de las matemáticas*. Madrid: Labor.

Estrella, S., Estrella, P., Goldrine, T., Morales, S., Olfos, R., Vidal, P. (s.f.). *Estadística temprana en los grados K a 4: Transnumeración en Kínder*. Proyecto FONDECYT N° 11140472, "Análisis de datos estadísticos y sus representaciones en los niveles kínder a cuarto grado: el caso de las tablas". Año 2014-2017. Disponible en:http://villarrica.uc.cl/files/matematica/RI20RI22/RI%2022.pdf

Luque, C. J., Mora, L. C. & Páez, J. E. (2013). *Actividades matemáticas para el desarrollo de procesos lógicos. El proceso de contar y el proceso de inducir*. Bogotá, D.C.: Universidad Pedagógica Nacional. 2a. ed. Disponible en: http://editorial.pedagogica.edu.co/verpub.php?pubid=355&catId=17

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos curriculares de Matemáticas*. Bogotá: MEN. https://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-339975_matematicas.pdf

Ministerio de Educación Nacional (2006). *Estándares Básicos de Competencias Matemáticas*. Bogotá, D.C. : MEN. Disponible en: http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/articles-116042_archivo_pdf2.pdf

Ministerio De Educación Nacional. (2009). *Documento 10: Desarrollo Infantil y Competencias en la Primera Infancia*. Bogotá: MEN.

Ministerio De Educación Nacional. (2010). *Aprender y Jugar, Instrumento diagnóstico de Competencias Básicas en Transición*. Bogotá: MEN.

Ministerio De Educación Nacional. (2014). *Documento 24: La exploración del medio en la Educación Inicial*. Bogotá: MEN.

Ministerio de Educación Nacional (2016). *Derecho Básicos de Aprendizaje Transición*. Bogotá, D.C. : MEN. Disponible en: http://aprende.colombiaaprende.edu.co/ckfinder/userfiles/files/DBA%20Transici%C3%B3n.pdf

Ministerio de Educación Nacional (2016). *Derecho Básicosde Aprendizaje v2*. Bogotá, D.C. : MEN. Disponible en: http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/DBA_Matem%C3%A1ticas.pdf

Orozco, M. (s.f). *La Estructura Multiplicativa*. Universidad del Valle. Disponible en http://cms.univalle.edu.co/cognitiva/wpcontent/archivos/recursos/El%20an%C3%A1lisis%20de%20tareas%20como%20utilizarlo%20en%20la%20ense%C3%B1anza%20matema.pdf

Panizza, M. (2003). *Enseñar matemáticas en el Nivel Inicial y el primer ciclo de EGB*. Buenos Aires: Paidós.

Reyes-Navia, R., y Bonnet, D (2004). Los espacios enriquecidos del Programa de Educación Infantil de la Universidad Pedagógica Nacional, un intento de renovar el proceso formativo de los maestros de niños. En Revista Colombiana de Educación. No.47 II SEMESTRE 2004. Universidad Pedagógica Nacional. Disponible en: http://revistas.pedagogica.edu.co/index.php/RCE/article/view/5517/4544

Torrado, M.C., Andrade, C., Gordillo, T. W. y Thiriat, M.E. (2004). *El número en la escuela.* En: Luque, C. et al. (Ed.). *Memorias del XIV Encuentro de Geometría y sus aplicaciones y II Encuentro de Aritmética*. Universidad Pedagógica Nacional. Disponible en:http://funes.uniandes.edu.co/6019/1/TorradoEln%C3%BAmeroGeometr%C3%ADa2003.pdf

# EL PALI-NUMÉRICO UN RECURSO DIDÁCTICO PARA EL DESARROLLO DE LA COMPRENSIÓN DE LAS OPERACIONES BÁSICAS

***Ángela María Arias Omaña***

angelitaarias10@hotmail.com*, UDFJC (Bogotá–Colombia)*

***Sindy Lorena Gil Muñoz***

sidneykimho@hotmail.com*, UDFJC (Bogotá-Colombia)*

## RESUMEN

*En esta experiencia de aula se presenta una propuesta de enseñanza que incluye el uso del pali-numérico como recurso didáctico para dotar de significado y comprensión la enseñanza y aprendizaje de las operaciones básicas. Se mostrarán especificaciones del recurso didáctico y se presentarán las producciones de algunos estudiantes en la interacción con dicho material, que permitirán mostrar las técnicas que usan los estudiantes para efectuar una u otra operación. Finalmente, esto contribuirá significativamente en la academia educativa pues brindará una solución a las dificultades que los estudiantes presentan a lo largo de su escolaridad, y además se pondrá un antecedente donde se hace importante reconocer que si es posible ser un docente innovador que a partir de su creatividad puede mejorar los entornos escolares.*

## PALABRAS CLAVE:

Pali-numérico, sistema decimal, operaciones y recurso didáctico

## INTRODUCCIÓN

La experiencia que se reporta en este documento surge en el espacio de formación Uso de recursos didácticos para preescolar y primaria correspondiente a una electiva de la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas (LEBEM) que ofrece la universidad Distrital Francisco José de Caldas (UDFJC) Bogotá, donde se creó un recurso didáctico a partir de palos de paleta que permitiera la enseñanza de las tablas de multiplicar y las operaciones básicas. A partir de la creación de este recurso surge la necesidad de realizar y dar a conocer a la comunidad una propuesta de enseñanza acerca del cálculo básico en la enseñanza primaria (adición, sustracción, multiplicación y división) que permita la comprensión y conceptualización de los procesos que se realizan en cada operación. Teniendo en cuenta lo expuesto por Castro, Rico y Castro (s.f) los contextos numéricos se ven afectados por las cuatro acciones básicas correspondientes a estas operaciones: agregar, separar, reiterar y repartir.

Trabajar sobre estas acciones permite mejorar la comprensión de los procedimientos que se realizan con las operaciones básicas, porque, aunque se le reconozca un papel importante al cálculo en la enseñanza matemática, se evidencia las falencias de los estudiantes en la efectuación de operaciones sencillas. Incluso dichas falencias siguen apareciendo en grados superiores de la secundaria, encontrando niños que confunden o no comprenden aún dichas operaciones, siendo las tablas de multiplicar el mayor temor de los estudiantes. Todo lo anterior se da por fallas en la implementación didáctica en los salones de clase, pues tradicionalmente las operaciones básicas se han enseñado de la misma manera (por repetición) y con los mismos algoritmos del cálculo que propiamente no permiten la abstracción de los conceptos.

Partiendo de lo anterior, se considera importante reforzar la enseñanza de la comprensión del número y la significación de las operaciones básicas del cálculo. Para que el estudiante sea consiente del proceso que se realiza, es necesario que él comprenda las técnicas, procedimientos y acciones que requieren cada una de las operaciones. Por todo lo anterior se construyó un material didáctico llamado “Pali-numérico” que permite a través de su manipulación dotar de significado la comprensión de dichas nociones del cálculo.

## REFERENTE CONCEPTUAL

Inicialmente, para poder diseñar un recurso didáctico, es importante saber ¿Qué es un recurso?, para ello, según la RAE (2014, citado por Muñoz, 2014), un recurso es “el conjunto de elementos disponibles o medios de cualquier clase que sirven para conseguir lo que se pretende o para resolver una necesidad” y didáctico quiere decir que está relacionado con la enseñanza y el aprendizaje” (p. 16).

Considerando lo anterior, lo que se pretende conseguir al diseñar el recurso didáctico “pali-numérico” es que este permita la comprensión de las acciones y cálculos realizados en las cuatro operaciones básicas: sumar, restar, multiplicar y dividir por parte de los estudiantes.

Por otro lado, también fue necesario tener en cuenta que los recursos didácticos, que se introducen en la clase de matemáticas, según Muñoz (2014), optimizan la atención, la motivación, la comprensión y en general el aprendizaje de los alumnos. Es por esto que los recursos didácticos se pueden ordenar en materiales, es decir, los que se pueden ver, tocar y manipular, y no materiales, como las estrategias, metodologías e instrumentos que implementa el profesor en la enseñanza.

Es por esto, que para la construcción del recurso “pali-numérico” se tuvieron en cuenta los siguientes aspectos que permitieron darle las propiedades apropiadas para cumplir su objetivo fundamental: la enseñanza de las operaciones básicas que busca esencialmente ir completando la decena:

**Contar:** consiste en asignar cada uno de los nombres de los términos de la secuencia a un objeto de un conjunto. Se establece, en un principio un apareamiento término-objeto mediante la acción de señalar. La acción de señalar interiorizada dará lugar al proceso de contar. **Agregar:** Significa avanzar o añadir algo más en la serie numérico que se lleva. **Reiterar:** Requiere agregar una cantidad n veces sea indicada. **Repartir:** Dar una cantidad n específica a cada uno de los objetos o elementos señalados. **Separar:** Significa quitar una cantidad n en la serie numérica que se lleva.

Según Belmonte (2001), la enseñanza del cálculo intenta dotar de conocimientos al individuo que le permitan decidir y ejecutar el tipo de técnica que mejor se adapte a una situación particular. Se entiende por técnica el algoritmo que da un resultado o las técnicas usadas que ayudan a comprender el significado de cualquier operación. El problema radica en la enseñanza tradicional del cálculo en primaria que sólo trabaja con el mismo algoritmo de cada operación. De acuerdo con Belmonte, (2001) el trabajo con varios algoritmos de cada operación ofrece diversas ventajas:

- La utilización de otras técnicas puede permitir en algunos casos un tratamiento para corregir los errores más usuales de la técnica estándar. Así, los errores que provocan las <<llevadas>> en el algoritmo usual de la sustracción, pueden tratarse mediante el trabajo de la técnica de <<descomposiciones previas>>, que muestra de manera más trasparente, el valor de la posición de la escritura numérica.
- Amplía las posibilidades de cálculo de los niños, permitiendo que puedan elegir autónomamente la técnica en la que sientan más seguros. (p.50)

El pali-numérico es un instrumento didáctico que permite cálculos rápidos, a partir de algoritmos construidos para efectuar operaciones básicas como la suma, la resta y la multiplicación, que facilitan la comprensión del proceso realizado al efectuar cada operación. Pero no solo se limita a ese mero hecho, pues este instrumento a su vez aumenta la habilidad numérica, la agilidad mental, la concentración, la atención visual y la significación de lo que implica sumar, restar y multiplicar.

Además, el pali-numérico está formado por unas paletas de madera alargadas, divididas por fichas redondas de color rojo y negro, cada paleta representa un pali-número que se alinean verticalmente de derecha a izquierda, siguiendo la regla del sistema de numeración decimal. El recurso, cuenta con diez pali-números por cada pali-número del sistema decimal, es decir un total de 110 paletas (incluyendo el 0), esto puede variar según las cantidades que se quieran sumar. (Ver figura 1).

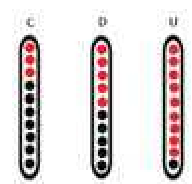



**Figura. 1 Representación del sistema de numeración decimal usando pali-números**

## DESCRIPCIÓN DE LA EXPERIENCIA

El recurso didáctico fue aplicado a 2 estudiantes de grado cuarto, de un colegio distrital. Inicialmente se les preguntó qué características veían en los palos de paleta, a lo que respondieron que estos tenían puntos negros y rojos, pero que las cantidades de cada color siempre iban cambiando. Posteriormente se dieron cuenta de que cada uno de los palos representaba un número, el de un punto rojo es 1, el de dos puntos rojos es 2, etc. si todos los puntos son rojos es 10, uno de los estudiantes manifestó que *"cuando todos los puntos están negros significa que no hay nada, es decir cero"*. Luego se les manifestó que íbamos a realizar operaciones con los pali-números.

Es de destacar que en ningún momento se dio un instructivo a los estudiantes acerca de cómo debían realizar las operaciones, como profesoras teníamos planteadas unas estrategias posibles (al momento de realizar el diseño), que podían emplear los estudiantes, pero se quiso comprobar si estas mismas eran desarrolladas o si ellos empleaban otras estrategias para la solución de operaciones, a continuación, se mencionaran los aspectos encontrados al momento de llevar a cabo la experiencia.

La primera tarea solicitada a los estudiantes consistía en que realizaran la suma 2+8.

| | | |
|---|---|---|
| 1 | **Profesora 1.** | *¿Cómo realizarían la suma 2+8?* |
| 2 | **Estudiante 1** | *Para sumar el 2 y el 8, coloco uno encima del otro para ver cuántos puntos rojos hay en total y en este caso son 10. [sobrepone los pali-números del 2 y el del 8]* |
| 3 | **Estudiante 2** | *Son dos los que faltan en el 8 para ser todo rojo y son dos los que tengo, entonces son 10 puntos. [Coloca los pali-números del 2 y del 8 juntos]* |

**Transcripción 1. Respuestas dadas por los estudiantes a la primera tarea (2+8)**

En este caso ambos estudiantes sobreponen o juntan los pali-números con el fin de llegar a la respuesta, (ver figura 2) este tipo de estrategia es la llamada "Sumar por compensación". Esta estrategia se basa en completar uno de los sumandos hasta la decena con el fin de facilitar la suma con decenas completas, reconociendo así que lo restante corresponde a las unidades (en el caso que el número sea mayor a 10). Posteriormente, los estudiantes cayeron en cuenta de que hay un número 10 y que como esta era la respuesta a la operación podían reemplazarlo. (Ver figura 3).

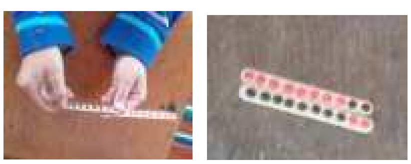


**Figura 2. Acciones realizadas por los estudiantes 1 y 2, respectivamente**

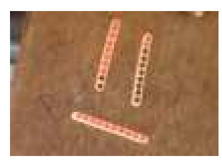


**Figura 3. Reemplazo por la decena, por parte de los estudiantes.**

Posteriormente se continuó el proceso por separado con los estudiantes, con el fin de descubrir que otras estrategias podrían implementar cada uno.

La segunda tarea para el estudiante 1, fue realizar la suma de 9 +1. El estudiante toma el número 9 y le suma el número 1, en este caso sigue con la misma idea de "colocar encima del otro", solo que lo coloca de forma horizontal, con el fin de darse cuenta si realmente se está completando, en este caso, a un palo que tenga todos los puntos rojos. Cuando se da cuenta de ello, manifiesta que *"la respuesta es 10"* y toma el pali-número del 10 y lo coloca de forma diagonal, con el fin de que se sigan teniendo en cuenta los números que se sumaron y su respectiva respuesta. (Ver figura 4.)

Por otro lado, la segunda tarea para el estudiante 2 fue sumar 7+8. El estudiante toma los números del 7 y 8 y los coloca uno encima del otro, con el fin de rellenar puntos negros, posteriormente se da cuenta de que ha completado un pali número del 10, es decir con todos los puntos rojos, para ello toma un pali número del 10 y lo coloca en la parte superior, luego dice que le sobran 5 a lo que toma un pali número del 5 y lo pone en hilera con el 10 que ha tomado anteriormente y dice *"el de arriba es lo mismo que lo de abajo, entonces 7 más 8 es igual a 15 o también a 10 más 5"*. (Ver figura 5)

**Figura 4. Respuesta dada por el estudiante 1, a la suma 9+1**

**Figura 5. Respuesta dada por el estudiante 2, a la suma 7+8.**

La tercera tarea para el estudiante 1 fue sumar 25 +13. El estudiante toma los pali-números del 2 y 5 para formar 25, y posteriormente toma los pali-números del 1 y 3. Suma unidades con unidades y decenas con decenas, siguiendo el algoritmo que ya conoce de la suma, obteniendo, así como resultado 38. (Ver figura 6) Y para el estudiante 2, fue sumar 53+27. El estudiante toma 5 pali-números del 10 y uno del 3 y toma 2 pali-números del 10 y uno del 7, suma los del 10 y sobrepone los correspondientes a las unidades (3 y 7) obteniendo otro pali-número completo, luego cuenta cuantos completos hay y dice *"la respuesta es 80, porque hay 8 decenas completas"* (ver figura 7.)

**Figura 6. Respuesta dada por el estudiante 1, a la suma 25+13**

**Figura 7. Respuesta dada por el estudiante 2, a la suma 53+27**

La cuarta tarea para el estudiante 1, fue restar 10-3, y para el estudiante 2, fue restar 15-4. Ambos estudiantes representan de forma correcta los números que fueron solicitados para realizar la resta, ambos caen en cuenta de que, si se sobreponen puntos rojos en puntos negros, se está realizando una suma, por lo tanto, es necesario eliminar puntos rojos, para ello, el estudiante 1, toma un pali- número del 0 y sobrepone 3 puntos negros sobre tres puntos rojos del 10, obteniendo como respuesta 7 (ver figura 8). Y por otro lado el estudiante 2, toma el pali-número del 4 y lo gira y sobrepone 4 puntos negros en el pali número del 5, obteniendo como respuesta 11. (Ver figura 9).

**Figura 8. Respuesta dada por el estudiante 1, a la resta 10-3**

**Figura 9. Respuesta dada por el estudiante 2, a la resta 15-4**

Para la quinta tarea, se le explico a ambos estudiantes sobre la ubicación de los pali-números guías para realizar la multiplicación, con el fin de que no se les olvidara cuales son los números que están multiplicando. Ambos estudiantes realizaron la multiplicación de los números recurriendo a los procesos realizados con la suma. Sobreponiendo los pali- números. Así obtuvieron que 2*5 =10 y 3*6 = 18.

**Figura 10. Colocación de los pali-números guía para realizar la multiplicación de 2*5, por el estudiante 1.**

**Figura 11. Respuesta dada por el estudiante 2, a la multiplicación de 3*6.**

## REFLEXIONES Y CONCLUSIONES

Es indispensable que se reconozca la importancia del uso de material concreto como recurso didáctico pues este facilita la comprensión del cálculo básico en la primaria, ya que a lo largo de la historia se han reportado dificultades de los estudiantes en la resolución de operaciones básicas.

Con la manipulación del recurso didáctico pali-numérico, la realización de operaciones aritméticas se vuelve intuitiva para el estudiante, pues éste usa conceptos a priori que le permiten reconocer las acciones que se realizan en cada operación. En este caso no hubo la necesidad de explicarles a los estudiantes como se realizaban las operaciones, al contrario, ellos mismos idearon sus propias estrategias, coincidiendo con las posibilidades de solución que se habían planteado en la construcción del recurso.

Reconocemos la importancia de usar diferentes estrategias para la enseñanza de las operaciones básicas, pues la manera tradicional no fortalece otras habilidades que el pali-numérico si logra desarrollar. Los estudiantes manifestaron que este recurso les permite realizar operaciones de manera sencilla y en el caso de las tablas de multiplicar les permite aprenderlas más fácilmente, reconociendo el proceso que se realiza y no memorizando los resultados.

Profundizar aspectos como el valor posicional desde que se empieza a trabajar el número. La composición y descomposición de los números permite comprender a los estudiantes cuantas decenas o unidades lo componen. Con el recurso pali- numérico se logra que los estudiantes interpreten de manera más clara este tipo de procedimientos.

Finalmente se hace preciso reconocer que como docentes tenemos la responsabilidad de buscar alternativas que permitan el desarrollo del pensamiento en nuestros estudiantes; observar algunas dificultades y actuar sobre estas puede hacer cambios importantes en los diferentes ambientes de aprendizaje.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS BÁSICAS

Belmonte, J (2003). El tratamiento del cálculo en la escuela. En Belmonte, J, Chamorro, C & Fernández, E. Dificultades del aprendizaje de las matemáticas (pp. 147-188). España. Ministerio de educación cultura y deporte.

Castro, E., Rico, L. y Castro E. (s.f.). Números y operaciones. Síntesis

Muñoz, C. (2014). "Los materiales en el aprendizaje de las matemáticas". Universidad de la Rioja.

# MATEMÁTICA PARA AYUDAR AL MEDIO AMBIENTE

**Mabel Adriana Arias Farieta**

Meibi2007@gmail.com-IED. Class (Bogotá-Colombia)

## RESUMEN

*Este Documento presenta una experiencia de aula desarrollada en la Institución Educativa Distrital Class, a un grupo de 39 estudiantes del Grado 604. Esta iniciativa tuvo sus primeros pasos en el año 2017 con otros estudiantes de grado sexto, pero por cuestiones ajenas no fue posible culminar allí. Pero creyendo en la finalidad de esta, se retoma con un nuevo grupo en donde se pretende mostrar a los estudiantes la matemática como ciencia que puede contribuir al bienestar del hombre y de la sociedad; y a través de ella ayudar para reparar una problemática ambiental y social de la comunidad.*

## PALABRAS CLAVE

Matemática, bienestar, sociedad, ambiental.

## INTRODUCCIÓN

Desde hace mucho tiempo me encuentro con la preocupación como docente del porque los estudiantes tienen tantas dificultades con la matemática y constantemente ellos cuestionan, ¿para qué nos enseñan esto?, ¿eso para qué me sirve?; realidad que me hizo pensar en una estrategia que me permitiera darles herramientas a mis estudiantes para ver la matemática de otra manera y dejar atrás tantas barreras que las escuelas o algunos maestros hemos puesto entre la matemática y la cotidianidad.

Ya que es algo habitual encontrar estudiantes que rechacen por completo el estudio de las matemáticas, sus resultados académicos en la asignatura son muy bajos, la ven como algo solamente numérico y nunca encuentra aplicación en su realidad o cotidianidad.

Es así como surge la idea de potenciar en ellos otras habilidades que no están ligadas directamente con los números en sus inicios, sino que los pone en un contexto reflexivo, critico, para de esta manera inducirlos a participar en su comunidad e interactuar desde otra postura con su cotidianidad.

Inicialmente se conecta al estudiante con la búsqueda sobre su comunidad o por lo menos la comunidad donde se encuentra su colegio donde permanecen gran parte de su tiempo, para ello se utilizó un mapa hecho por unos estudiantes de otro nivel sobre la localidad y ubicación del colegio, ellos allí ubicaron algunos puntos que representa la situación comercial de la zona, a partir de las interpretaciones de los estudiantes sobre el mapa y lo encontrado dio lugar a identificar un escenario que ellos consideraron problemática. Entonces esta idea empezó a arrojar lo que esperaba pues ver a los estudiantes indagando, reconociendo y cuestionando la situación ambiental de la zona. Así se preguntaron, ¿la matemática puede ayudar al medio ambiente? Entonces comprobé que esta idea ahora experiencia estaba cobrando sentido pues desde la matemática también se forma en valores y participación ciudadana.

## REFERENTE CONCEPTUAL

Para el adelanto de esta experiencia se ha tenido en cuenta algunos conceptos relacionados con la matemática critica que permiten reforzar conceptos empíricos y prácticos.

Frente a su pregunta, ¿para qué nos enseñan eso? Se evidencia que el estudiante en su gran mayoría no relaciona lo que aprende en la escuela con la utilidad que tiene para su vida, "el significado que se da al aprendizaje está limitado por las condiciones sociales, políticas, culturales y económicas del aprendiz y como este las interpreta" (Skovsmose, 2011, p.107).

El objetivo de esta experiencia es cambiar el escenario al estudiante para que ellos comprendan la utilidad de la matemática en otros contextos, "un escenario de investigación invita a los estudiantes a formular preguntas y a buscar explicaciones" (Skovsmose,2000, p.8).

## DESCRIPCIÓN DE LA EXPERIENCIA

La experiencia de aula se desarrolló en el colegio distrital IED Class de la localidad de Kennedy, el grupo de alumnos que formo parte de esta experiencia es el grado (604) que cuenta con 39 estudiantes de los cuales 20 son niñas y 19 niños están entre los 11 y 13 años de edad.

Esta experiencia inicio cuando en un espacio de clase me surge la inquietud de indagar sobre lo que los estudiantes piensan de la matemática, esto lo hice al finalizar una clase típica de pizarrón, la indicación que di fue, al finalizar la el ejercicio escriba en pocas palabras que es para usted la matemática; inmediatamente surge en ellos muchas dudas sobre cómo podían responder e incluso el ejercicio para resolver perdió importancia y se centraron bastante en cómo responder la pregunta, cuestionaban constantemente si podían escribir esto o lo otro, el estudiante se preocupa mucho por satisfacer al profesor con su respuesta o que este siempre le valide y parecen no comprender que todo lo que ellos piensen puede ser válido e importante, aquí me encontré que es trascendental la interacción, pues entre ellos mismos se resolvieron sus dilemas para poder responder, frases como " es lo que usted piensa entienda", "lo que usted crea que es", "que chiste, la profe no nos va a dar la respuesta" entre otras; esto permitió que también intercambiaran respuestas y concertaran una entre pares, hubo un ambiente diferente en el salón ver a todos interesados y discutiendo, fue significativo y concluyo en una lluvia de ideas en el tablero con sus respuestas en donde se encontró que la mayoría usaba la palabra número, operaciones, formulas, otros argumentaron que era algo muy importante para sus vida porque lo necesitaban para aprender a manejar el dinero y dos estudiantes lo relacionaron directamente con que tan inteligentes son si saben matemática. Con esto confirme que los estudiantes no creen que la matemática exista fuera del aula y solo la conciben como el resolver ejercicios a partir de unas formulas específicas, es entonces donde me nace la idea de enviar a los estudiantes a que averigüen sobre la zona a través de un mapa diseñado por sus compañeros de noveno grado en otra experiencia de aula del campo de sociales. Se les facilito la copia del esquema explicándoles en donde estaba ubicado el colegio y las vías principales; allí les pedí señalaran cuál era su recorrido de la casa al colegio y que en este resaltaran todos los puntos comerciales que encontraran, (tiendas, panaderías, misceláneas etc.) solo mencione estas como ejemplo porque no quería influenciar en cómo iban a denominar los lugares de reciclaje; en la siguiente clase debían entregar el mapa y en esta sesión se ubicaron en grupos para que socializaran el mapa y concluyeran que lugares eran los más nombrados por cada uno de ellos, de aquí surgieron comentarios sobre, sus desplazamientos y los sitios encontrados en particular en el que quería centraran su atención, ellos los denominaron chatarrerías y de estos comentaban que allí acudían todos los desechables y drogadictos a dejar la chatarra que recogían, al finalizar el tiempo de socialización concluyeron que las misceláneas y lo que ellos denominaron chatarrerías son las que más existen. Lo encontrado aquí fue muy importante pues que do en el ambiente la duda sobre lo que hacen en estos lugares con la chatarra dentr4o de lo que comentaron.

Entonces, así se da paso a crear un instrumento para indagar sobre su idea de basura y se hace de la siguiente manera; se pide a un agente externo que los aborde en un el aula de inglés en donde se encontraban en clase. Allí se les entrego una hoja que se les presento como una investigación en torno a mecanismos de participación colectiva; con la siguiente pregunta, ¿se puede vivir de la basura? Sí__ No__ ¿por qué? Las respuestas dejan entre ver lo que ellos entienden por basura, en su gran mayoría respondieron un No contundente y dentro la justificación los términos que más utilizaron eran, muerte, suciedad, enfermedad, indigencia, bacterias, etc. Para ellos no es posible vivir de lo que consideran basura. Por otro lado, hubo dos estudiantes que respondieron que si es posible uno de ellos lo relaciono con los indigentes que buscan comida en la basura y de esta manera se alimentan para vivir, mientras el otro inicio su argumento con algo religioso pues justifica que a través de la fe en la capacidad del hombre este puede hacer cosas al clasificar la basura y así da la idea de entender lo que es reciclar.

Con estos resultados se hizo una gráfica que se presentó en clase de matemáticas, al principio su mayor duda era esto que tenía que ver con la matemática, cuando se explicó la gráfica hecha, en donde se plasmaron los términos más comunes y se les dijo cuántos de ellos habían usado estas palabras en sus respuestas y sus respectivos porcentajes.

Con esta actividad se logró que los estudiantes identificaran las basuras como una problemática ambiental y social, conclusión a la que llegaron después de ver cuáles eran los términos que más habían utilizado en sus justificaciones. Es así como resulto efectivo el instrumento aplicado porque logre el propósito deseado.

## CONCLUSIONES

Con esta experiencia se logró que los estudiantes tuvieran un cambio significativo con el desarrollo de las actividades propuestas, mostraron interés y en los espacios de socialización con sus pares participaban sin temores a ser calificados como buenos o malos, el reconocimiento de la zona también dio lugar a entender las experiencias de cada uno de ellos en cuanto a sus recorridos y situaciones personales; mostraron comodidad al ver que coincidían con sus compañeros en cuanto a sus definiciones o respuestas.

Dentro del aula el ambiente es diferente no se sienten intimidados pensando que siempre van a ser evaluados y como ellos dicen corchados; por el contrario, se sienten tranquilos, inquietos con lo que se va a tratar en clase, y así están entendiendo la aplicabilidad de la matemática en diferentes contextos.

La principal dificultad de esta experiencia es comprobar que mostrar la matemática desde otro contexto no es fácil pues se requiere de creatividad y habilidad para de manera adecuada guiar a los estudiantes a entender que la matemática puede ser un medio para aportar y transformar una situación cotidiana en particular.

## BIBLIOGRAFÍA

Skovsmose, O. (2000). Escenarios de investigación. En Revista EMA, vol. 6, núm. 1 pp. 3-26.

Skovsmose, O. (2011). Aprender matemáticas en una posición de frontera: los porvenires y la intencionalidad de los estudiantes en una favela brasilera. Revista Educación y Pedagogía

# DESDE LA EDUCACIÓN ESTADÍSTICA CRÍTICA HACIA UN AMBIENTE DE APRENDIZAJE POR MEDIO DE LA SEPARACIÓN DE RESIDUOS

***Cristian Alejandro Guzmán Ruiz***

crisalegur@gmail.com*, Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Bogotá –Colombia)*

***Alma Patricia Ladino Acero***

Patosita2000@yahoo.es*, Colegio Nuestra Señora del Rosario (Bogotá–Colombia)*

## RESUMEN

*Esta experiencia tuvo como objetivo integrar otras áreas de conocimiento y un software como medio en la construcción de argumentos críticos y el análisis de datos válidos y reales, a través de una problemática identificada por las estudiantes; esta problemática fue abordada por medio de encuestas, creación de tablas de frecuencia, medidas de tendencia central y sus respectivos análisis desde el programa Excel; el trabajo fue realizado por estudiantes de grado sexto y se identificó que la comunidad educativa no tenía una conciencia ambiental de separar residuos y reciclar, por esta razón se vio la necesidad de mostrar con representaciones estadísticas (diagrama circular, pictogramas, diagrama de barras) los altos índices de contaminación.*

## PALABRAS CLAVE:

Estadística critica, problemática ambiental, estadística descriptiva, representaciones estadísticas.

## INTRODUCCIÓN

La coyuntura entre la Educación Estadística y los fenómenos de la vida cotidiana del estudiante es grande y un reto para cualquier profesor de matemáticas, salvo que se involucren problemáticas reales en el proceso de enseñanza y aprendizaje, en particular de la estadística. Es muy frecuente hablar de gráficos, análisis, datos y fórmulas en la formación estadística, pero en algunas ocasiones no se presentan relaciones entre ellos y lo que pueda llegar a intervenir el estudiante en esos hechos reales utilizando conceptos propios de la estadística; Mallows (1998) indica que en la mayoría de las veces se aprenden métodos y algoritmos estadísticos, pero no se aprende a interpretar resultados y cómo se aplican estos mismos en el mundo real. Para esta experiencia de aula, se pensó en hacer una cohesión entre el contenido estadístico y una problemática vivida por las estudiantes, con el fin de afianzar competencias y habilidades en el desarrollo del pensamiento estadístico.

## REFERENTE CONCEPTUAL

La importancia de la enseñanza y el aprendizaje de la estadística, es que todos los elementos propios de la ciencia se trasladen a un campo donde los estudiantes sean capaces de dar argumentos críticos, razonamientos y conclusiones transformadoras de la realidad; particularmente, cuando se logra generar una conciencia estadística social, se arriesga a que las estudiantes puedan ir más allá de construir gráficos e interpretar medidas de tendencia central (en este caso). Esta propuesta se enmarca en un enfoque teórico de la Educación Estadística Crítica, en donde se hace indispensable separar la educación crítica de la educación estadística para poder visualizar sus componentes y para ello, Campos (2007) menciona tres elementos fundamentales de la Educación Estadística:

- Alfabetización que consiste en comentar, evaluar y comprender a través de la argumentación y comunicación de los fenómenos presentados con conceptos estadísticos.
- Razonamiento que consiste en resumir y representar adecuadamente los datos.
- Pensamiento estadístico que está ligado a evaluar un problema estadístico comprendiendo el cómo y porqué el análisis es relevante (éstas se trabajaron en el aula).

Por otro lado, se entiende por educación crítica como una práctica social donde se involucra al individuo y su quehacer en la transformación e intervención como sujeto reconocido; dado lo anterior, Skovmose (2011) afirma que en la educación Crítica la participación de los estudiantes en la organización del proceso educacional es primordial, así como el planteamiento de problemas deben ser, en su naturaleza, situaciones enmarcadas en conflictos sociales o problemáticas vividas por la estudiante. Ahora bien, la Educación Estadística Crítica propone involucrar la modelación matemática, utilizar bases estadísticas y evidenciar el currículo oculto -que según Giroux (1988) pertenece a las normas, valores y creencias no explicitas-.

El Software como medio para el aprendizaje: Se involucró el software Microsoft Excel para dar significado y construir un sentido menos operativo a cada representación, Caravalho y otros (2018) lo confirman, mencionando que los computadores tienen algunos atributos que contribuyen a la construcción de significados y de sentidos en los estudiantes como operar y enlazar rápida y dinámicamente varias representaciones; en este sentido, el uso del software implicó una reorganización de las actividades cognitivas para alcanzar un nivel mayor al de otros estudiantes. Cabe resaltar que, en el uso de este medio como facilitador del aprendizaje, las producciones propias de la estadística y las intervenciones hechas por el docente estuvieron enmarcadas en algunas acciones de la teoría de situaciones didácticas; luego de obtener unos resultados, es indispensable que las estudiantes tomaran decisiones frente al tipo de grafico que mejor puede representar estos datos, la descripción de los gráficos y por supuesto la construcción de las tablas de frecuencias.

Es evidente que esta tarea propuesta por el docente permite un aprendizaje por adaptación ya que hay una interacción por parte de cada grupo de estudiantes (encontrar un diagrama que represente los resultados de una encuesta aplicada) con el medio (software para hacer las manipulaciones aritméticas y estadísticas). Un aspecto a analizar en esta situación, en definitiva, fue la función del docente antes de la puesta en común de todos los proyectos; convencionalmente se entiende que la labor del docente es "guiar" el proceso del estudiante, indicando lo bueno y lo malo, pero, para esta ocasión sucedió lo contrario, el profesor hacía una mediación indirecta frente al trabajo de cada estudiante haciendo alusión a reflexiones en torno a los ingresos y organización de los datos por cada pareja de estudiantes.

## DESCRIPCIÓN DE LA EXPERIENCIA

Todo comienza con la idea de hacer un proyecto transversal entre las áreas de Ciencias, Lengua Castellana y Matemáticas del Colegio Nuestra Señora del Rosario Bogotá en donde se involucrara una conciencia ambiental crítica con objetos propios de las tres ciencias de estudio; la campaña se llamó "El rosario recicla" donde participó todo el nivel de grado sexto (tres cursos) y consistía en mostrar (por medio el análisis de gráficas y datos) a toda la comunidad educativa el impacto positivo que tenía el hecho de reciclar y hacer una separación de residuos adecuadamente. Las actividades involucradas (basadas en los estándares básicos de competencias) en cada una de las áreas eran las siguientes:

*Desde el área de las Ciencias Naturales*

- Utilizo las matemáticas como una herramienta para organizar, analizar y representar datos.
- Comunico oralmente y por escrito el proceso de indagación y los resultados que obtengo, utilizando gráficas, tablas y ecuaciones aritméticas.
- Describo y relaciono los ciclos del agua, de algunos elementos y de la energía en los ecosistemas.
- Identifico factores de contaminación en mi entorno y sus implicaciones para la salud.
- Diseño y aplico estrategias para el manejo de basuras en mi colegio

*Desde el área de Lengua Castellana*

- Llevo a cabo procedimientos de búsqueda, selección y almacenamiento de información acerca de la temática que voy a tratar en un texto con fines argumentativos
- Elaboro un plan textual, organizando la información en secuencias lógicas.

*Desde el área de Matemáticas*.

- Justifico la elección de métodos e instrumentos de cálculo en la resolución de problemas.
- Interpreto, produzco y comparo representaciones gráficas adecuadas para presentar diversos tipos de datos (diagramas de barras, diagramas circulares).
- Resuelvo y formulo problemas a partir de un conjunto de datos presentados en tablas, diagramas de barras, diagramas circulares.
- Uso medidas de tendencia central (media, mediana, moda) para interpretar comportamiento de un conjunto de datos.

Se ve un mayor énfasis en las competencias desarrolladas en el área de matemáticas porque fue desde donde se planteó el proyecto transversal; cada uno de los profesores de estas asignaturas se pusieron de acuerdo para poder sincronizar sus clases y poder desarrollar lo pensado, dado que lo ideal era que las estudiantes vieran una conexión del trabajo en sus asignaturas. Para ello, se identificaron los siguientes momentos:

1. Revisión documental de algunos artículos de periódicos (noticias actuales) para una contextualización acerca de la contaminación ambiental en la ciudad de Bogotá: En la clase de matemáticas, cada una de las niñas debían llevar un problemática o inquietud que les sugiera y que estuviera directamente con la realidad escolar, luego de escoger una problemática se hacía por grupos de cuatro niñas la revisión documental.

2. Creación de una problemática aterrizada a la institución con respecto a la separación de residuos, reciclaje o contaminación (desde este momento se formaron duplas de trabajo): Teniendo ya definida la problemática, se determinan parejas de trabajo; en la formación de los grupos no se hace ningún tipo de restricción.

3. Creación y aplicación de una encuesta con preguntas de selección múltiple a 20 estudiantes de bachillerato: Cada uno de los grupos de trabajo debían plantear una serie de preguntas (respuesta con selección múltiple) para ser aplicadas a compañeras del colegio; estas preguntas debían debelar ideas, respuestas, alternativas de solución y consecuencias a la problemática planteada. Luego de esto, venia el momento de recolección y organización de dichos datos (variables cualitativas) y las estudiantes utilizaron diversas estrategias para poder visualizar y organizar los datos obtenidos.

4. Capacitación por parte de las estudiantes de la especialización de Ciencias a los 3 sextos acerca del cómo, el porqué y el para qué de reciclar y separar los residuos: Se logra entre lazar el proyecto con una dinámica programa para la especialización en ciencias sobre el cuidado y formas de preservación del medio ambiente, para ello, cada curso se enfocó en un elemento especifico, es decir, 601 fue el encargado de los Ordinarios, 602 se encargó del papel y cartón y 603 tuvo énfasis en los desechos plásticos. Cada uno de los elementos fue distinguido por el color correspondiente (Figura 1)

**Figura 1.** Estudiantes organizadas/identificadas de acuerdo a la clasificación de residuos y color de caneca.
**Fuente**: Imagen tomadas de la página institucional del colegio: http://www.colrosariobogota.com/eventos_nuevo/detalles_eventos.php?txtId_evento=722

5. Realización de la campaña "El rosario recicla" en la franja del almuerzo donde más concentración de estudiantes había en el patio: Para este momento, las estudiantes participantes en el proyecto, debían hacer una charla a toda la comunidad educativa sobre la importancia de desechar y separar adecuadamente los residuos y la importancia de reciclar, haciendo la separación en el mismo instante (Figura 2)


**Figura 2.** Participantes y promotoras de la campaña haciendo la voz a voz sobre la importancia de reciclar y separar los residuos, todo en pro de que el colegio tenga una mejor imagen y resolver la problemática
**Fuente**: Imagen tomadas de la página institucional del colegio:
http://www.colrosariobogota.com/eventos_nuevo/detalles_eventos.php?txtId_evento=722

6. Obtención de los datos (masas de los residuos separados) y realización de las respectivas medidas de tendencia central (variable cuantitativa): En este momento se empiezan a trabajar con variables cuantitativas, por lo cual se ve indispensable utilizar medidas de tendencia central para tener un estándar y que las estudiantes pudieran sacar conclusiones frente a estos datos.

7. Construcción del informe de campo: Al final de estos momentos, las estudiantes debían plasmar cada uno de los avances, gráficos, tablas de frecuencias, reflexiones y conclusiones en torno a todo el trabajo organizado. Este escrito tenía como finalidad ser evaluado para poder realizar una crónica de experiencia de aula y publicarse en el periódico institucional como ejercicio del área de Lengua castellana (Figura 3)


ECOLOGÍA
Rosarista
RECICLAR LA OPCIÓN A PARA SALVAR NUESTRO PLANETA PORQUE NO HAY UN PLANETA OPCIÓN B

**Figura 3.** Publicación en el periódico del colegio
**Fuente**: Periódico rosarista

8. Socialización de los resultados: Luego de hacer la publicación en el periódico y tener los informes, se seleccionan tres por cada curso para ser socializados en el día de la ciencia en la institución para mostrar a toda la comunidad la problemática, los objetivos del proyecto, la dinámica en la recolección de la información, la metodología empleada en la campaña, los resultados (gráficas y tablas) y las conclusiones (Figura 4)

**Figura 4.** Participación de las estudiantes en el día de la ciencia.

El pilar fundamental para el desarrollo de la actividad, fueron unas acciones que Campos (2016) sugiere para el desarrollo de competencias estadísticas y, aparte, se trabajaron en el aula de clase con todo lo relacionado a la campaña:

a. Datos reales: Las estudiantes obtuvieron datos e hicieron sondeos con la misma comunidad educativa, teniendo como resultados datos aproximados a la realidad.

b. Relacionar los datos a un contexto donde están inmersos: Los datos obtenidos refieren a una problemática que afecta no sólo a la institución, también a la ciudad, el país y el planeta (la contaminación ambiental).

c. Orientar a los alumnos para que interpreten resultados: Se hicieron preguntas que lleven a las estudiantes a inferir posibles predicciones, organización de datos y formas de mostrar resultados.

d. Permitir el trabajo en equipo y que critiquen las interpretaciones de los datos: El trabajo se realizó en parejas y luego de la construcción de los resultados dándole una posible solución a la problemática, se puso cada uno de los trabajos en discusión frente a las demás compañeras para así poderles dar el aval común.

e. Promover argumentos sobre la validez de las conclusiones: Se compartieron las mejores posibles soluciones en el día de la ciencia del colegio por medio de exposición tipo "póster"

## REFLEXIONES Y CONCLUSIONES

Esta experiencia de aula contribuyó a la creación de posturas críticas en las estudiantes frente a una problemática por medio de la construcción de encuestas, gráficas y sus respectivos análisis utilizando Excel como medio para el aprendizaje por adaptación definido desde situaciones adidácticas, también fue indispensable para que las estudiantes vieran la importancia de la estadística aplicada a otras ciencias (transversalidad) motivando a la escritura y cuidado del medio ambiente; esta actividad fue publicada en el periódico del colegio por el gran impacto que tuvo en toda la comunidad educativa (Figura 4). Como es evidente en toda la experiencia de aula, es de vital importancia implementar medios tecnológicos para la construcción del pensamiento estadístico sin dejar atrás cada uno de los componentes mencionados en el marco referencial, así mismo pensar en la coherencia horizontal (MEN, 2006) entre los pensamientos trabajados como el numérico, aleatorio y variacional, potenciando la actividad matemática bajo el enfoque crítico de la educación.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS BÁSICAS

Acosta, M. & Fiallo, J. (2017). *Enseñando geometría con tecnología digital: una propuesta desde la teoría de situaciones didácticas.* Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Campos, C. (2016). *La educación estadística y la educación crítica.* En: Álvarez, I; Sua, C. (Eds). Memorias del II Encuentro Colombiano de Educación Estocástica (pp 5-23). Bogotá: Asociación Colombiana de Educación Estocástica.

Carvalho, C. & Otros. (2018). *Retroalimentación en las lecciones de estadística con recursos tecnológicos.* Revista digital matemáticas, educación e internet. 18(1): pp 1-17

MEN (2006). Estándares Básicos para las Competencias Matemáticas. Bogotá: Edit. Magisterio

Mallows, C. (1998). *The zeroth problem. The American Statistician* 52(1): 1-9

Skovmose, O. (2011). *Una invitación a la Educación matemática crítica.* Rotterdam: Sense Publishers.

# EL ACOMPAÑAMIENTO EN EL AULA DE MATEMÁTICAS A LA DIVERSIDAD COMO MEDIO REFLEXIVO Y PROPOSITIVO DE LA INTEGRACIÓN

**Manuel Alejandro Zambrano Corredor**

alejandrozambranoc45@gmail.com, Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Bogotá – Colombia)

**Álvaro Eliécer Ramón Losada**

aeramonl@correo.udistrital.edu.co, Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Bogotá – Colombia)

## RESUMEN

*La presente experiencia de aula recoge experiencias del proceso de acompañamiento realizado en la pasantía de extensión en el Colegio José Félix Restrepo IED con estudiantes en condición de diversidad funcional visual de la básica secundaria integrados en el aula regular, se presentarán los procesos desarrollados y las reflexiones que yacen del trabajo con la diversidad para finalmente dar muestra de una propuesta metódica y formativa para la formación de profesores en la diversidad y en pro de la inclusión educativa que permitan.*

## PALABRAS CLAVE:

Educación inclusiva, Diversidad, Sensibilización, Integración.

## INTRODUCCIÓN

Desde el apoyo en el aula se realizó el acompañamiento a estudiantes en condición de diversidad funcional visual como una aproximación a la educación inclusiva, de manera que el estudiante comprenda, participe e interactúe en la clase de matemáticas. En ese sentido se pretendió generar conciencia desde la diversidad y las formas de aprendizaje individual, en tanto forma de trascender al sistema de inclusión.

Consideramos importante identificar, reconocer y comprender los procesos y elementos que hay detrás de la inclusión. En ese sentido, la exclusión se concibe como barrera para la democratización de todas las partes de la sociedad; la educación requiere ser modificada en términos de la formación y la adecuación de espacios y recursos para la inclusión; la escuela debe potenciar las habilidades en los estudiantes y por ende adaptarse a las necesidades del estudiante; y potenciar las habilidades y el aprendizaje significativo en el estudiante. Asimismo, desde el acompañamiento se propone redefinir la discapacidad haciendo énfasis en la diferencia y en la capacidad individual, de manera que se hable de diversidad funcional.

Desde el acompañamiento se realiza el apoyo en clase de matemáticas haciendo accesible el aprendizaje mediante adaptación de materiales y el aprendizaje significativo desde la contextualización del saber, en pro de la comprensión y participación activa en el aula.

Finalmente se logra visibilizar y reflexionar sobre los elementos y procesos comprendidos en el acompañamiento a la población diversa, de manera que las prácticas escolares y las condiciones del aula imposibilitan un proceso inclusivo y no trasciende de la integración.

## REFERENTE CONCEPTUAL

El aula de clase entendida como un espacio de formación de sujetos, reconoce en sí misma un elemento primario como lo es la diversidad y en tal sentido este espacio brinda elementos para la formación de sujetos es un contexto de multiplicidad de matices, es decir que se desliga el imaginario de regularidad y homogeneidad para entender y ampliar la perspectiva a una educación desde la multiculturalidad.

Dentro del aula se reconocen relaciones entre sujetos y conocimientos que rigen las dinámicas propias de los procesos de enseñanza – aprendizaje. De ese modo basados en el triángulo pedagógico (Diagrama 1) que Houssaye (1998) citado por Ibáñez (2007, p.438) se destaca de manera implícita la diversidad como aspecto relevante de las relaciones del triángulo.


**Diagrama 1. Triángulo pedagógico**

Sin embargo, basados en las ideas de Arnaiz (2002), las prácticas sociales han repercutido en el sistema educativo y de esa manera han dado lugar a la construcción de un sistema de educación especial, en el cual se ubicaban a las personas diagnosticadas con déficit. Es en este momento donde se reconoce la segregación como una representación de la exclusión social.

La marginación de la diversidad radica de una mirada médica psicológica, la discapacidad es reconocida y aceptada a nivel social como una enfermedad y la diferencia es identificada como una desviación social.

### Integración

Bajo la necesidad de atender a las poblaciones segregadas, surge en un primer momento la idea de la integración como mecanismo organizativo para responder a las necesidades de estos nichos socialmente excluidos.

De acuerdo con Madrid & Otros (2011), este periodo corresponde a la concepción de la Pedagogía Diferencial, en la cual el sistema educativo reconoce las diferencias humanas individuales y busca adaptarse a las mismas, de manera que se empiezan a crear grupos e instituciones de formación en relación con las características particulares.

Ahora bien, el enfoque integrador reconoce otros factores que confluyen en la diversidad a nivel social, médico y psicológico, algunos de éstos son:

- La normalidad corresponde a una construcción producto del reflejo de la sociedad heterogénea.
- Las desventajas a nivel educativo permiten concebir la diversidad desde la existencia de grupos que han sido excluidos a nivel social.
- Las necesidades corresponden a un problema centrado en el estudiante (individuo).

Respecto a lo anterior, se puede entender que el reconocimiento de la diversidad se gestó desde la idea de identificar las dificultades individuales y su tratamiento, pero no se desarrolló un esfuerzo y por tal motivo es necesario ampliar los horizontes y reconocer que la integración de la diversidad en la escuela no es el fin del camino respecto al restablecimiento de los derechos de las poblaciones excluidas ya que según Parrilla (2002).

> "A pesar de los cambios parciales de tipo curricular, organizativo y hasta profesionales, la escuela tiene serias dificultades para acoger la idea misma de la diversidad. Apoyándose en normativas o en sofisticados procesos de categorización, selección y competición, las exclusiones en la escuela de la integración continúan presentes, sea en forma parcial o permanente" (p.17).

## Inclusión

Con base en las falencias y necesidades aún existentes en la atención a la diversidad por parte de los sistemas de integración, surge la necesidad de suplir estos vacíos a través de procesos de construcción de las subjetividades de los sujetos y la comprensión de la diversidad como capacidades múltiples u otras maneras de relacionarse con el mundo.

En ese sentido, desde la inclusión y la comprensión de la diversidad funcional, se generan nuevas maneras de entender y atender a la población, de manera que desde los entes de formación:

- Se parte de la idea que todos los estudiantes son diferentes y que presentan múltiples capacidades que los hace diversos.
- Debe velar porque todos logren sus objetivos, brindando y adecuando lo que se requiera.
- Flexibilizar el currículo, de acuerdo con los ritmos y formas de aprendizaje individual y/o grupal.
- De determinen y delimiten los progresos y el rendimiento de cada estudiante, en función de sus capacidades individuales.

En ese orden de ideas Yupanqui, Aranda, Vásquez & Verdugo (2014), resaltan que los cambios que requiere el sistema social, pueden ser subsanados a través de una conformación política que permita desarrollar procesos de inclusión concretos y basados desde la formación de los profesores para la *Educación inclusiva*, toda vez que estos son la base del sistema educativo y en ese sentido romper con el paradigma de la segregación y la exclusión.

## DESCRIPCIÓN DE LA EXPERIENCIA

El desarrollo de la pasantía conlleva implícitamente un plan de trabajo que cimienta la experiencia, de manera general se desarrollan procesos de formación autónoma y capacitaciones tanto en la Universidad como en el Colegio que permiten abarcar de manera satisfactoria los procesos de acompañamiento con los estudiantes en el aula.

Lo anterior permite generar procesos reflexivos en torno a la diversidad y de tal manera sensibilizar respecto a las condiciones en las cuales se encuentran los estudiantes, potenciando las capacidades y la diferencia.

Dentro del desarrollo experimental se emplean instrumentos de recolección de información, elementalmente la bitácora de observación que responde a procesos de estudio de caso respecto a los estudiantes con los cuales se desarrollan los procesos de acompañamiento y los que son atendidos de manera extraclase.

A continuación, se presenta uno de los análisis desarrollados durante la pasantía respecto al estudio de caso como metodología de investigación de la práctica docente desarrollada, enfatizando en este caso el uso de material tangible para identificar medios de representación.

### Estado inicial

Durante el proceso con estudiantes de grado noveno se desarrollan procesos de construcción del concepto de función, donde inicialmente se presentan dificultades en la comprensión de la relación funcional como una estructura matemática de implicaciones.

Posteriormente la representación gráfica de funciones de tipo lineal, afín y cuadrática presentan desconcierto por los medios de representación que si bien en el caso de personas en condición de diversidad funcional visual varían son completamente viables en tanto las capacidades de representación mental y asignación de significantes mentales es amplia.

### Tratamiento

Se generan explicaciones respecto a la idea intuitiva de función como relación entre dos conjuntos bajo una regla de correspondencia, en ese orden de ideas se aborda la idea de variable (Imagen 1)

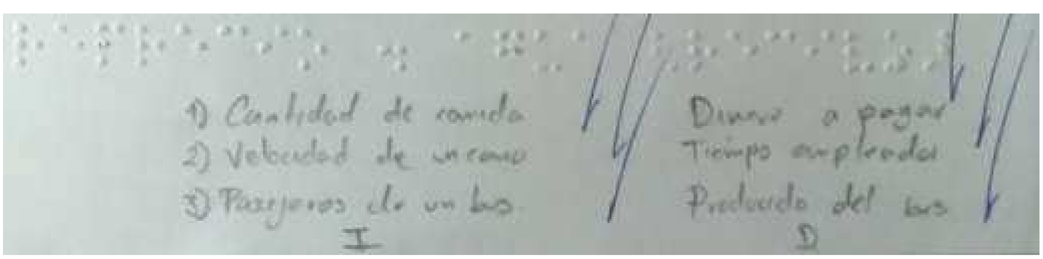



**Imagen 1. Identificación de variables**

Del mismo modo se desarrollan de manera intuitiva los conceptos de función, variable y relación funcional, con base en esto se procede a la transposición y abstracción del concepto a través de la representación analítica de la función y su representación gráfica en el plano cartesiano.

**Estado final**

Basados en los elementos conceptuales construidos de manera empírica con los estudiantes se logran hacer cambios de representación del concepto de función, en ese sentido se desarrollan procesos de transposición de las representaciones mentales a representaciones concretas.

En la construcción de las gráficas de las funciones se logra ejercer un cambio de representación de manera óptima en tanto se hace uso de materiales tangibles que permitan identificar características y de ese modo hacer asociaciones con las estructuras mentales que han desarrollado los estudiantes de manera previa.

Finalmente se logran representaciones en el Geoplano (Imagen 2) con previo desarrollo algebraico de la representación simbólica.

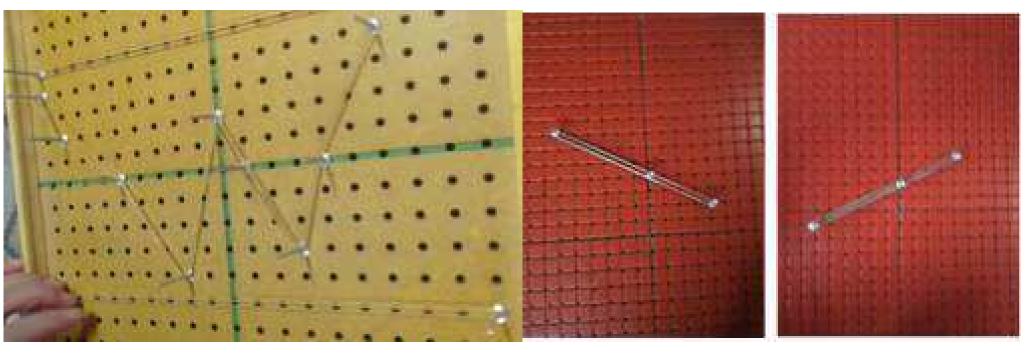


**Imagen 2. Representaciones en Geoplano**

## REFLEXIONES Y CONCLUSIONES

Desde el acompañamiento realizado en clase y extraclase como apoyo a los procesos de aprendizaje en los estudiantes con diversidad funcional visual, se genera un conjunto se reflexiones y conclusiones de la clase de matemáticas y su aproximación a la práctica escolar inclusiva. En ese orden de ideas:

Los estudiantes que presentan ceguera total requieren del acompañamiento constante en el aula, pues desde el acompañamiento se permitirá transmitir las explicaciones dadas por el docente titular. De igual manera se requiere de la adaptación de materiales y del uso de recursos que le permitan y faciliten la comprensión de los contenidos abordados desde la manipulación y exploración de los mismos.

El acompañamiento en el aula, las explicaciones, las adaptaciones de materiales y las representaciones potencian la comprensión de los objetos matemáticos por parte de los estudiantes en condición de diversidad visual, toda vez que se empleen de acuerdo con las capacidades y formas de aprendizaje particulares.

El diseño de clase permite establecer otras formas de aprendizaje, pues las clases se desarrollan en gran medida desde la explicación y ejercitación de procedimientos con base en los libros de texto. Lo anterior se constituye para algunos estudiantes en saturación de información y en desinterés por la clase, especialmente para aquellos que presentan déficit cognitivo leve.

Aplicar diferentes metodologías de aprendizaje y realizar la flexibilización curricular correspondiente a las capacidades particulares permite encaminar procesos de inclusión en donde todos los estudiantes puedan acceder al aprendizaje desde las formas de comprensión individuales.

Por otra parte, y mediante el acompañamiento realizado en clase, es posible determinar tanto avances como alcances desde la promoción de la participación de los estudiantes con diversidad funcional visual en la clase de matemáticas. En ese orden de ideas:

Se potencia la comprensión de los conceptos abordados en el aula desde la adaptación de materiales y el uso de recursos propios del aula de tiflología que permiten la comprensión desde la manipulación y exploración de dichos elementos.

Mediante el acompañamiento realizado en clase se potencia la participación en clase, de manera que se promueve el desarrollo de actividades y evaluaciones. Además, la comprensión por parte del estudiante permitía aproximaciones a la inclusión en el aula en tanto independientemente de las condiciones y formas de aprendizaje, éste hacía parte de la clase.

En términos generales, el acompañamiento en el aula permite aproximar las clases integradoras a procesos de inclusión, en tanto se potencia el análisis, exploración, interpretación y comprensión de los objetos matemáticos por parte de los estudiantes con diversidad funcional visual.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS BÁSICAS

Arnaiz, P. (2002). *Hacia una educación eficaz para todos: La inclusión educativa*. Educar en el 2000.

Ibáñez, C. (2007). *Un análisis crítico del modelo del triángulo pedagógico.* Revista mexicana de investigación educativa, 12(32), pp. 435-456.

Madrid, D. & Otros (2011). *De la exclusión y la inclusión: Una forma de entender y atender a la diversidad funcional en las instituciones escolares*. Educación y Diversidad, 5 (1) enero-junio (2011), ISSN: 1888-4857, pp. 23-31.

Parrilla, Á. (2002). *Acerca del origen y sentido de la educación inclusiva.* Revista de educación 327, pp. 11-29.

Yupanqui Concha, A., Aranda Farías, C. A., Vásquez Oyarzun, C. A., Huenumán, V., & Wilson, A. (2014). *Educación inclusiva y discapacidad: su incorporación en la formación profesional de la educación superior*. Revista de la educación superior, 43(171), pp. 93-115.

## REPORTES DE INVESTIGACIÓN

# UNA REVISIÓN DOCUMENTAL EN TORNO DE LA MODELACIÓN MATEMÁTICA EN EL ENCUENTRO DISTRITAL DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA: ANÁLISIS PRELIMINARES

***Diana Marcela Acevedo Caro***
dianaacevedo0715@hotmail.com, *Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Bogotá-Colombia)*
***Francisco Javier Camelo Bustos***
fjcamelob@udistrital.edu.co, *Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Bogotá-Colombia)*

## RESUMEN

*En este documento daremos cuenta de los avances en el desarrollo preliminar de un trabajo de grado para optar el título de Maestría en Educación. nuestra intención es presentar parte del proceso que se ha desarrollado en la elaboración de una revisión documental en torno a la modelación matemática en educación matemática. Tomaremos las memorias del Encuentro Distrital de Educación Matemática (EDEM), por ser el evento académico en educación matemática más próximo al contexto bogotano y presentaremos, basados en la metodología de la teoría fundamentada, un análisis del corpus documental seleccionado.*

## PALABRAS CLAVE

Revisión documental, modelación matemática, teoría fundamentada.

## INTRODUCCIÓN

En el momento en que somos asaltados por aquellas dudas que surgen cuando nos cuestionamos por lo que se ha desarrollado en torno a la modelación matemática —MM— en nuestro país, nos adentramos en una exploración que pretende dar luz en cuanto a lo que la comunidad académica colombiana ha venido reportando acerca de la MM. Un primer acercamiento ha permitido identificar que en los Lineamientos Curriculares para el Área de Matemáticas (MEN, 1998) se le considera como uno de los cinco procesos generales que se debe desarrollar en el aula cuando los estudiantes se enfrentan a hacer actividad matemática. Sin embargo, siguiendo las huellas de aquello que los educadores matemáticos han planteado e interpretado en torno a la MM se identifica una ausencia de trabajos que den cuenta de este hecho. Esto dado que parece no haber una identidad, un camino que oriente a quienes trabajan y desarrollan investigación en torno a este proceso. A pesar de llevar dos décadas desde la inclusión de esta en la aulas colombianas de manera oficial (Villa & Ruiz, 2009) se ha podido observar que no se tiene mayor evidencia del desarrollo teórico y práctico que se ha logrado.

Lo anterior impulsa a desarrollar una recopilación, estudio y análisis que permita caminar sobre ese pasado para entender el presente y empezar a vislumbrar un futuro, en donde los desarrollos sobre la MM se organicen de manera más sistemática en nuestro país. Para esto, en el presente documento se planteó la revisión documental como técnica para rastrear e identificar las investigaciones elaboradas, las autorías y sus discusiones, construir premisas en torno a lo que se ha construido, identificar nuestras perspectivas de trabajo y consolidar las consideraciones que se tienen en torno a la MM (Valencia, 2015). Posterior a esto se desarrolla un análisis a los planteamientos presentados en los documentos oficiales colombianos y hacemos un contraste entre el panorama de investigación en el campo de la MM a nivel nacional e internacional. A nivel nacional se retoman los planteamientos de Camelo (2017), Perilla, Camelo y Mancera (2015), Villa y Ruiz (2009) y Mesa (2013), mientras que a nivel internacional consideramos a Blomhøj (2004; 2009), Schukajlow, Kaiser y Stillman (2018) y educadores de Brasil que ha centrado su mirada en este campo (Araújo, 2009; Barbosa, 2004; Burak & Klüber, 2016; Klüber, 2012; Silva & Kato, 2012).

De otro lado, para el desarrollo de este trabajo consideramos un modo alternativo de pensar las relaciones entre el paradigma de investigación cuantitativo y cualitativo, desde la teoría fundamentada (Strauss & Corbin, 2012), en el cual el desarrollo y avance en el análisis de los datos seguirán su marcha en tanto los datos vayan arrojando el rumbo propio de la investigación.

## MARCO DE REFERENCIA

Un análisis de los documentos oficiales —Lineamientos Curriculares (MEN, 1998) y Estándares Básicos de Competencias matemáticas (MEN, 2006)— planteados por (Villa & Ruiz, 2009) y (Perilla et al., 2015) nos permiten afirmar que la MM es incluida como un proceso que debería posibilitar el desarrollo del pensamiento matemático en las aulas de matemáticas. En otras palabras, la MM es presentada como una actividad que se relaciona con unos objetivos de aprendizaje, además de considerarla como un medio para garantizar la enseñanza de diferentes contenidos y procedimientos matemáticos. Puede afirmarse que la MM debe llevar a los estudiantes a que "vivan la actividad matemática" (Camelo & Acevedo, 2018).

Durante el seguimiento de la línea de los desarrollos a nivel nacional, se identifican trabajos como los de Villa y Ruiz (2009), quienes analizan el planteamiento que hacen en los Lineamientos Curriculares sobre la MM. Los autores comprenden la modelación como un proceso que contribuye a la experimentación de la matematización. Es decir, un proceso en el cual el estudiante descubra, cree y utilice modelos propios y pueda comprender de una mejor manera los diferentes objetos matemáticos.

En Camelo (2017) y Camelo y Acevedo (2018) tenemos que el trabajo dentro de los ambientes de modelación matemática creados desde una perspectiva socio crítica deben contemplar tanto los planteamientos que se hacen en los Lineamientos Curriculares como cuatro elementos imprescindibles para el trabajo desde esta perspectiva, donde también se considera a la MM como una estrategia para beneficiar el aprendizaje de las matemáticas en las aulas, donde los contextos de los estudiantes son una rica fuente de problemas para emprender conexiones entre las matemáticas y la realidad.

Mesa (2013) reconoce que la MM tiene diferentes matices en relación con los objetivos planteados por el maestro, el currículo, el Estado y la sociedad. La MM identifica diferencias, pero también similitudes, donde la principal radica en el deseo por reflexionar constantemente la práctica pedagógica en las clases de matemáticas. Plantea, además, que MM desde un punto de vista histórico no se basa únicamente en traducir en términos matemáticos una situación, sino que debe considerarse los procesos que se llevan a cabo para lograr algunos desarrollos en matemáticas. De esta manera, se enriquece la MM al ser considerada como método de investigación.

Desde el escenario internacional y en contraste con el trabajo que se ha desarrollado a nivel nacional, se encuentra una mayor organización en cuanto a los planteamientos que han logrado hacer los diferentes autores. Blomhøj (2008) ha desarrollado investigaciones en donde presenta siete posibles enfoques de la MM desde siete perspectivas principales. En algunos de sus trabajos, el autor da muestra del desarrollo de una teoría para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas que puede ser usada como base para el desarrollo de la práctica de la enseñanza de la matemática (Blomhøj, 2004).

En un estudio reciente desarrollado por Schukajlow et al. (2018) se reconoce que es insuficiente la visualización a nivel internacional de la investigación sobre MM en cuanto a las contribuciones publicadas en estudios de educación matemática (3%), los cuales no reflejan la importancia que se considera tiene la MM. Estos investigadores también concluyen que la investigación de los profesores y estudiantes son una parte importante de la investigación empírica sobre la enseñanza y el aprendizaje de la MM. Esto puede ser una muestra significativa de que existe un gran interés en mostrar que la modelación matemática puede ser implementada en los espacios de enseñanza.

En un reporte de investigación de Perilla et al. (2015) encontramos que en Brasil hay una gran comunidad de educadores matemáticos (Araújo, 2009; Barbosa, 2004; Burak & Klüber, 2016; Klüber, 2012; Silva & Kato, 2012) que le apuesta a la investigación en torno a la modelación matemática desde diferentes perspectivas. Esto no solo da muestra de un recorrido trazado, sino también de la amplitud que tiene la MM presentando perspectivas de trabajo, las cuales a veces difieren o son muy similares.

Es importante mencionar que entre lo que se ha logrado consolidar en Colombia, está La Red Colombiana de Modelación en Educación Matemática —RECOMEM— en la cual profesores e investigadores se han preocupado por generar acciones que promuevan la consolidación de la modelación matemática como un dominio de investigación. Más aledaño a Bogotá se encuentra el grupo de investigación en matemáticas de la Universidad de la Sabana que impulsa un proyecto que acerca el currículo de matemáticas a la modelación y la toma de decisiones. Los colectivos de investigación Educación Matemática Diversidad y Subjetividades — EDUMADYS— y EdUtopía de las Universidades Pedagógica Nacional y Distrital Francisco José de Caldas se han preocupado por desarrollar investigaciones en torno a la MM.

A grandes rasgos, en el presente trabajo se ha montado un panorama de lo que se ha construido y lo que es posible tener como antecedentes de trabajo desde un ámbito nacional e internacional. Esto para plantear la necesidad de empezar a sistematizar y organizar lo que se ha desarrollado en Colombia.

## ASPECTOS METODOLÓGICOS

En primer lugar, se realizó un rastreo de los procesos desarrollados con el fin de establecer criterios en la selección de documentos y el enfoque de análisis de los mismos. Desde la propuesta de Strauss y Corbin (2012) se obtuvo un modo alternativo de pensar las relaciones entre el paradigma de investigación cuantitativo y cualitativo que desde un primer acercamiento parecen ser incongruentes. La importancia de cada uno es lograr evidenciar cuándo y cómo puede cada modo ser útil en la teorización (McKeganney, 1995, citado por Strauss & Corbin, 2012). A partir de la metodología de la teoría fundamentada, la investigación va evolucionando durante todo el proceso. Cada uno de los tipos de trabajo —por ejemplo, la construcción del corpus documental, el análisis o la interpretación— implica escogencias y decisiones con respecto a la utilidad de diversos procedimientos, ya sean cualitativos o cuantitativos. Esto permite tomar las decisiones más oportunas al momento de seleccionar fuentes, instrumentos, validez y confiabilidad de las medidas adoptadas y demás condiciones.

## DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN

En el desarrollo que se da en el marco de la tesis, se encuentra que aún es complejo hallar análisis sistemáticos de la investigación en MM. Por ello, se plantea realizar un estudio de la literatura, en donde se analice las contribuciones presentadas en las memorias del Encuentro Distrital de Educación Matemática (EDEM) —2014 al 2018—, dado que es el evento que tiene más proximidad a nuestro contexto regional.

| Versión del EDEM | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Total documentos Publicados | 35 | 53 | 51 | 44 | | 183 |
| Total documentos relacionados con la MM | 5 | 2 | 5 | 2 | | 14 |
| | 14,2% | 3.7% | 9.8% | 4,5% | | 7,6% |

Figura 1. Porcentaje reportes en torno a la MM.

En primer lugar, se empieza por seleccionar de las memorias, mediante la búsqueda de unos descriptores —“modelación", "modelo", "modelar", "modelizar", "modelaje", "modelado"—, lo que nos posibilita obtener un total de 40 documentos. En segundo lugar, se inicia un primer abordaje mediante el software *Atlas Ti*, en el cual se emplea *memos* —herramienta del software— sobre los diferentes documentos, en los cuales se registran aquellos aspectos que consideramos importantes para esta investigación. Los textos que no hacen un tratamiento explícito o que hacen una alusión a la MM muy superficial, son descartados de la investigación. Este proceso se lleva a cabo mediante una primera lectura tanto de resúmenes de los documentos como de los fragmentos específicos que hacen referencia a alguna o algunos de los descriptores por los cuales fueron seleccionados en la primera filtración. Los documentos descartados fueron veintiséis documentos de la muestra inicial —cuarenta—, dado que las consideraciones que se tenían en los diferentes textos por parte de los autores no permitieron tener una visión más amplia de lo que consideran por MM.

Con un corpus documental ya seleccionado, se identifica la cantidad de aportes que se hacen en torno a la MM desde la totalidad de reportes hechos en cada evento. Después de esto, se procede a plantear una red de autores con el fin de identificar cómo se empiezan a relacionar,
lograr identificar quienes siguen trabajando, quienes se han alejado del ejercicio de reportar aquello que van elaborando, además de las universidades que están movilizando el desarrollo de trabajos en torno a la MM. Se identifica los profesores investigadores Francisco Camelo y Gabriel Camelo están haciendo un desarrollo sistemático y tienen interés por trabajar en torno a la MM. A ellos se están sumando profesores como Claudia Salazar y Wilson Perrilla. Sin embargo, el profesor Francisco es el único que parece estar influenciando a otros profesores fuera de sus grupos de trabajo.

## CONCLUSIONES

Hasta el momento, se ha identificado que el 7,6% de las contribuciones en el Encuentro Distrital de Educación Matemática durante los años 2014 a 2017 están relacionados con la MM. Los porcentajes de estos documentos fueron similares en el estudios de tres revistas (12 de 367 en ESM, 3 de 85 en JRME y 13 de 394 en ZDM) que hacen parte de la investigación desarrollada por (Schukajlow et al., 2018) . Lo anterior muestra que el campo de la modelización es insuficientemente representado en la investigación en educación matemática.

Por otro lado, se encontró que hay diversas concepciones de lo que se considera por MM. Es decir que este es un concepto polisémico en cuanto a sus diversas acepciones. Esto indica que no hay una concepción específica y única de lo que se considera por MM, aseverando así que se debe seguir trabajando, reconociendo y caracterizando lo que ya se ha labrado, identificar esos enfoques o perspectivas de trabajo que se están empleando en la enseñanza y aprendizaje, enfoques con las cuales nos podamos identificar.

Finalmente, se plantea que es necesario organizar un panorama amplio de la MM en la educación matemática. Iniciar ese estudio para lograr una articulación respecto a las producciones académicas planteadas por docentes en Bogotá y Colombia. Con este panorama en torno a la MM esperamos que nos alejemos de esa manera aleatoria de producir, es el momento de empezar a centrar las investigaciones y propuestas sobre una línea que nos lleve a generar un campo más amplio de trabajo en lo concerniente a la MM.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS BÁSICAS

Araújo, J. (2009). Uma Abordagem Sócio-Crítica da Modelagem Matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. *ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, *2*(2), 55-6

Barbosa, J. (2004). Modelagem matemática: o que é? Por qué? Como? *Veritati*, *4*, 73-80.

Blomhøj, M. (2008). Different Perspectives in research on teaching and learning mathematical modelling. Categorizing the TSG21 Papers. *Mathematical applications and modelling in the teaching and learning of mathematics*, 1-17.

Blomhøj, M. (2004). Modelización Matemática - Una Teoría para la Práctica, 20-35.

Blomhøj, M. (2009). Different perspectives in research on the teaching and learning mathematical modelling, 18.

Burak, D., & Klüber, T. (2016). Considerações Sobre a Modelagem Matemática em uma Perspectiva da Educação Matemática. *Revista Margens Interdisciplinar*, *7*(8), 33–50.

Camelo, F. (2017). *Contribuciones de ambientes de modelación matemática a la constitución de la subjetividad política* (Doctorado). Universidad Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

Camelo, F., & Acevedo, D. (2018). Subjetividad política y modelación matemática, 4.

Klüber, T. (2012). *Uma metacompreensão da modelagem matemática na educação matemática* (Doctorado). Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis. Recuperado de https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/96465

MEN. (1998). *Lineamientos curriculares*. Recuperado de http://master2000.net/recursos/fotos/74/documentos/lineamientos%20curriculares%20ciencias%20naturales.pdf

Mesa, Y. M. (2013). El modelo matemático como noción, concepto y categoría. reflexiones desde la filosofía al campo de la modelación en educación matemática, 124.

Perilla, W. Y., Camelo, F., & Mancera, G. (2015). Qué y para qué de la modelación matemática: Posibilidades y desafíos.

Schukajlow, S., Kaiser, G., & Stillman, G. (2018). Empirical research on teaching and learning of mathematical modelling: a survey on the current state-of-the-art. *ZDM*, *50*(1-2), 5-18. https://doi.org/10.1007/s11858-018-0933-5

Silva, C., & Kato, L. (2012). Quais Elementos Caracterizam uma Atividade de Modelagem Matemática na Perspectiva Sociocrítica? *Boletim de Educação Matemática*, *26*(43), 817–838.

Strauss, A. L., & Corbin, J. (2012). *Bases de la investigación cualitativa: técnicas y procedimientos para desarrollar la teoría fundamentada*. Medellín: Universidad de Antioquía.

Valencia, V. (2015). Revisión documental en el proceso de investigación. *Universidad Tecnoógica de Pereira*, 1-5.

Villa, J., & Ruiz, H. (2009). Modelación en educación matemática: una mirada desde los lineamientos y estándares curriculares colombianos. *Revista virtual Universidad católica del norte*, (27). Recuperado de http://www.redalyc.org/html/1942/194215432007/

# AMBIENTE VIRTUAL DE APRENDIZAJE COMO MEDIADOR EN EL SENTIDO NUMÉRICO DE NÚMEROS RACIONALES EN ESTUDIANTES DE GRADO NOVENO: INVESTIGACIÓN EN DESARROLLO

***Diana Elizabeth Bernal Varela***

dianabernalvarela@gmail.com, © *Magister en Educación en Tecnología*

*Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Bogotá- Colombia)*

***Andrés Felipe Caro Moreno***

candres44@hotmail.com, © *Magister en Educación en Tecnología*

*Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Bogotá- Colombia)*

*Grupo de investigación: DIDACTEC*

## RESUMEN

*Éste artículo presenta un avance de la investigación "…Ambiente Virtual de Aprendizaje (AVA) para fortalecer el sentido numérico de números racionales en estudiantes de grado noveno…". El objetivo de la investigación es eestablecer si existe diferencia significativa en los niveles del sentido numérico en los números racionales de dos grupos estudiantes, de colegios privados de la ciudad de Bogotá, cuando uno de ellos se expone a una secuencia didáctica que incorpora un Ambiente Virtual de Aprendizaje. De la revisión documental y del trabajo en aula se identificó que una de las dificultades de los estudiantes para el trabajo en el área de matemáticas radica en las dificultades conceptuales y procedimentales del universo de los números racionales, en ese sentido se diseña una secuencia didáctica como mediadora del sentido numérico de los números racionales. Al momento el resultado es el diseño de una secuencia didáctica que aporta positivamente al grupo de estudiantes que participaron de la investigación en el grupo de prueba.*

## PALABRAS CLAVE:

Educación Virtual, Enseñanza de las Matemáticas, Tecnología Educativa, Ambiente Virtual de Aprendizaje, Educación Matemática y Números Racionales.

## INTRODUCCIÓN

Esta investigación es resultado de la reflexión permanente del trabajo en aula, en el que se ha identificado dificultad para el desarrollo de procesos en el área de matemáticas en estudiantes de educación básica y media.

Al indagar las causas que generan dificultades, se encontró que una fuente son los preconceptos de los números racionales Q. Estas vicisitudes relacionadas con los Q inciden negativamente en la construcción de conceptos avanzados en la trigonometría o el cálculo. Los estudios señalan que los estudiantes presentan mayores problemas en las interpretaciones del número racional como magnitud y medida, operador multiplicativo y como cociente algebraico en enunciados literales (T. Kieren 1976).

Otro factor que se ha identificado es la falta de motivación por parte de los estudiantes frente al área de matemáticas, aduciendo que las prácticas educativas están descontextualizadas , por la ausencia en la utilización de herramientas tecnológicas que faciliten la construcción del conocimiento, lo que conlleva un aprendizaje repetitivo y memorístico (Castaño-Arbeláez and Castro-García 2014). Lo anterior contribuye a que el estudiante adelante un trabajo mecánico, generando un algoritmo vacío que no les sirve a los estudiantes para solucionar problemas en un contexto o situación real o hipotética.

Para contrarrestar estas dificultades, así como sus resultados en pruebas estandarizadas, se diseñó una Secuencia Didáctica SD que involucra un AVA orientada al fortalecimiento de los procedimientos y el sentido numérico. Las actividades de la SD requieren del uso de los números racionales en diferentes contextos e interpretaciones. El objetivo de la investigación es establecer si existe diferencia significativa en los niveles del sentido numérico en los racionales de dos grupos estudiantes, de colegios privados de la ciudad de Bogotá, cuando uno de ellos se expone a una secuencia didáctica que incorpora un AVA.

## MARCO DE REFERENCIA

A continuación, se mostrarán algunos trabajos, que constituyen los antecedentes y el marco teórico, los cuales aportaron en gran medida en la delimitación del problema, planteamiento de objetivos, pregunta de investigación, la elaboración de la secuencia didáctica y anticipación de posibles dificultades de aprendizaje.

Bernal (2016) propone una AVA para el fortalecimiento de los Q; AVA que sirvió de punto de partida para la diseñar la SD de la presente investigación. El AVA recrea una situación problema llamada "La mala alimentación en nuestro país", su estructura responde a la metodología de "*diseño y moderación de entornos virtuales (EVA)",* en la plataforma Moodle y está orientada desde un enfoque constructivista.

Algunos elementos que se señalan como fuente de la desmotivación de los estudiantes se encaminan a recursos limitados en el aula, marcador y tablero (Burbano-Burbano et al. 2015), así como a las dificultades manifiestas por los docentes para incorporar diferentes posibilidades didácticas para el estudio de los Q (Castaño-Arbeláez and Castro-García 2014).

El marco teórico este está organizado en tres componentes: El objeto de estudio, el pedagógico y didáctico y el tecnológico. El *objeto de estudio* que hace referencia al concepto matemático de los números racionales desde las diferentes interpretaciones del número racional de Kieren (1976), el *sentido numérico* desde el planteamiento de MEN y la construcción de los racionales a partir del trabajo de Obando (2003) . El *pedagógico y didáctico*, se fundamenta las SD desde Díaz Barriga (2013)y Brousseau (2004), así como en el aprendizaje basado en problemas (Polya and Zagazagoitia 1965) y abordaje del número racional como conglomerado de Kieren (1976).

El componente *tecnológico* retoma la relación entre las Tecnologías de la Información y la Comunicación TIC y educación, señalando las ventajas y desventajas de su implementación. La tecnología y la enseñanza de las matemáticas(Gómez 1997), diseño y utilización de las TIC en matemáticas, el desarrollo y diseño de los ambientes de aprendizaje y los componentes de un ambiente virtual (Córdoba-Gómez 2014; Herrera Batista 2006; Silva-Quiroz and Gros-Salvat 2011).

## ASPECTOS METODOLÓGICOS

Como metodología de investigación se realiza un cuasi-experimento(Hernández-Sampieri, Fernandez-Collado, and Baptista-Lucio 2010), puesto que se centra en el fortalecimiento del sentido numérico de un grupo de prueba, para ello se toman las fases de la investigación en didáctica de las matemáticas para analizar los datos y resultados de la aplicación de una SD acordes con la metodología propia de los ambientes virtuales.

Desde el punto de vista procedimental la investigación (Obando 2003) se desarrolla en cuatro etapas cada una dividida en fases, de la siguiente manera:

Primera Etapa (El análisis Preliminar): la cual se divide en tres fases, las cuales tienen como objetivo identificar los factores didácticos, pedagógicos y tecnológicos con los cuales se desarrolla el trabajo, con lo cual se observarán los trabajos previos, las ideas iniciales de los estudiantes, el manejo de herramientas en ambientes virtuales y el desarrollo del marco teórico.

Segunda Etapa (Concepción, Diseño y análisis a priori): esta etapa se desarrollaron cuatro fases el desarrollo de la situación fundamental, la creación del ambiente virtual de aprendizaje, la prueba del ambiente con respecto a los conceptos a enseñar y su accesibilidad por parte de los estudiantes y los posibles resultados.

Tercera Etapa (La experimentación): consta de cuatro fases de aplicación las cuales son jerárquicas pero que no se encuentran enfocadas a un tiempo de aplicación preciso, con lo cual la primera fase de experimentación se realizó anterior a la etapa de concepción diseño y análisis, con el fin de analizar dificultades y pertinencia anterior al planteamiento de hipótesis, y la otra parte posterior al diseño de la secuencia didáctica, para la experimentación se realiza un grupo de prueba y un grupo control con el cual se establece que el instrumento, en este caso la secuencia aplicada en el ambiente virtual sea la que conlleve a un fortalecimiento de los conceptos del sentido numérico en los números racionales.

Cuarta Etapa (Análisis a posteriori): El análisis se realiza en dos fases, la primera enfocada a los resultados de los estudiantes en cuanto al fortalecimiento de sus destrezas y habilidades en el sentido numérico, y la segunda en cuanto al uso y aplicación del Ambiente Virtual de Aprendizaje.

## DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN

La investigación se encuentra iniciando la tercera fase; en el momento de la implementación y aplicación de la secuencia didáctica, hasta el momento se han desarrollado las dos primeras fases de la investigación. Se diseñaron las pruebas de entrada y salida, así como la valoración por parte de los pares académicos. Se consolido el desarrollo estructural y de contenidos de la secuencia didáctica que será implementada en el AVA.

Los resultados de las dos primeras fases tenemos una definición general referente al sentido numérico en los números racionales vistos desde las interpretaciones de Kieren (1976). Adicionalmente se ha hecho una transposición de la metodología de análisis utilizada por Ursini y Trigueros(2006) para interpretar los datos obtenidos de las pruebas.

Se estableció un método de análisis que relacione los niveles de apropiación de los números racionales con las interpretaciones a partir de los resultados de las pruebas entrada se muestran en un gráfico de dominio geométrico (Diagrama 1), en el que se muestra el nivel que tiene el estudiante de forma individual en comparación con los resultados promedios del salón, discriminado según cada una de las interpretaciones del numero racional, teniendo en cuenta que en el gráfico se muestra el máximo nivel alcanzado por uno de los estudiante durante la prueba y el resultado general que se obtuvo del promedio del total de estudiantes durante la prueba de entrada.

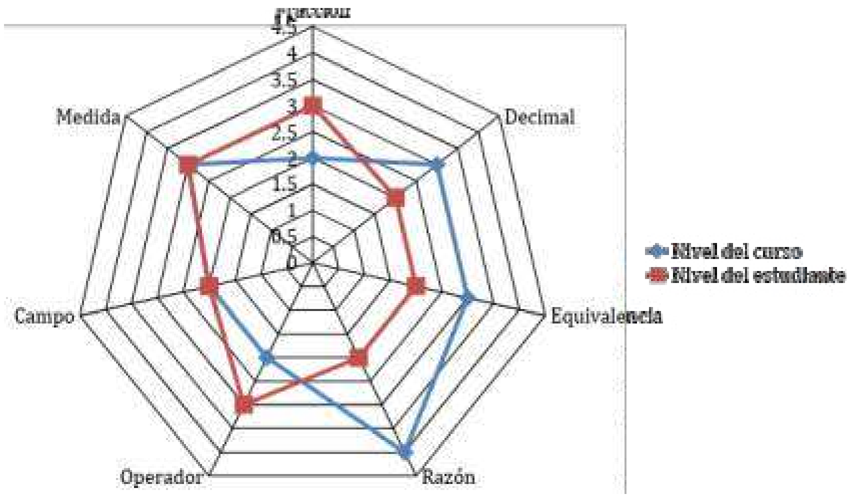



Diagrama 1. Resultados de la prueba de un estudiante con respecto al promedio del curso.

A partir de los resultados obtenidos de la prueba de entrada se logró establecer que las mayores dificultades del dominio del sentido numérico desde las interpretaciones de los números racionales en los estudiantes de grado noveno se encuentran en el uso del número como operador multiplicativo, como medida y como cociente algebraico, por tal motivo se diseñó la secuencia didáctica de aprendizaje con un énfasis en estas interpretaciones.

## CONCLUSIONES

La investigación tiene como potencial resultado el diseño de una secuencia didáctica mediada por AVA, que permite el fortalecimiento del sentido numérico de los números racionales en los estudiantes de grado noveno.

Se espera comprobar la influencia del ambiente en el proceso de aprendizaje de los estudiantes, al contrastar los resultados entre el grupo que desarrolla la secuencia didáctica mediada por el AVA y el grupo que no.

Además, identificar que un AVA puede ser un elemento mediador en la construcción del sentido de número se constituye en un aporte inicial de la presente investigación.

La validación rigurosa de los instrumentos de medición, con una prueba piloto, pares y expertos, prevé la seguridad y fortaleza de los datos obtenidos, lo que aporta una gran fuerza a los resultados de la presente investigación.

## REFERENCIAS

Bernal-Varela, Diana. 2016. "Diseño de A.V.A Que Permite El Fortalecimiento Del Pensamiento Numérico En Estudiantes de Grado Noveno." Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá. Colombia. http://repository.udistrital.edu.co/bitstream/11349/5116/1/BernalVarelaDianaElizabeth2016 pdf.

Brousseau, Guy. 2004. 30 Revue des sciences de l'éducation *Théorie Des Situations Didactiques*. primera ed. ed. La Pensée Sauvage. Grenoble, Francia. http://id.erudit.org/iderudit/012669ar.

Burbano-Burbano, Jaime, Maria Luna-Geller, Oscar Paya-Ramos, and Claudia Betancur. 2015. "Enseñanza de Los Números Racionales Mediante La Implementación de Un Aula Virtual Como Herramienta de Aprendizaje En El Grado Séptimo de La Institución Educativa Instituto Técnico de Santander de Quilichao." Fundación Universitaria los Libertadores. http://hdl.handle.net/11371/250.

Castaño-Arbeláez, Mario, and Inés Castro-García. 2014. "Dificultades En La Enseñanza de Las Operaciones Con Números Racionales En La Educación Secundaria." *Magistro* 8(16): 123–58. http://revistas.usta.edu.co/index.php/magistro/article/viewFile/2582/2503.

Córdoba-Gómez, Javier. 2014. "Las Tic En El Aprendizaje De Las Matemáticas : ¿ Qué Creen Los Estudiantes ?" *Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación*: 1–9.

Díaz Barriga, Angel. 2013. "SECUENCIAS DE APRENDIZAJE." *Revista de currículum y educacion de profesorado*.

Gómez, Pedro. 1997. "Tecnología y Educación Matemática." *Informática Educativa* 10: 93–111.

Hernández-Sampieri, R., C. Fernandez-Collado, and M. Baptista-Lucio. 2010. Metodología de la investigación *Metodología de La Investigación*. http://www.casadellibro.com/libro-metodologia-de-la-investigacion-5-ed-incluye-cd-rom/9786071502919/1960006.

Herrera Batista, M. A. 2006. "Consideraciones Para El Diseño Didáctico de Ambientes Virtuales de Aprendizaje: Una Propuesta Basada En Las Funciones Cognitivas Del Aprendizaje ." *Revista Iberoamericana de educación*: 1–27. http://www.rieoei.org/deloslectores/1326Herrera.pdf.

Kieren, Thomas. 1976. "Number and Measurement : Papers from a Research Workshop." In *Number and Measurement. Papers from a Research Workshop.*, eds. Richard Lesh et al. Washington-Estados Unidos de América: ERIC Information Analysis Center for Science, Mathematics, and Environmental Education, Columbus, Ohio.; Georgia Univ., Athens. Georgia Center for the Study of Learning and Teaching Mathematics., 101–40.

Kieren, Thomas E. 1976. "Perspectiva Sobre Los Números Racionales." In *Números y Medidas*, ed. Papers from a Research. Washington, 108–51.

Obando, G. 2003. "La Enseñanza de Los Números Racionales a Partir de La Relación Parte-Todo." *Revista EMA* 8: 157–82. http://funes.uniandes.edu.co/1521/.

Polya, G. (George), and Jilua n. Zagazagoitia. 1965. Serie de Matemáticas *Como Plantear y Resolver Problemas*. ed. Princenton. México.

Silva-Quiroz, Juan., and Begon a Gros-Salvat. 2011. *Disen o y Moderacio n de Entornos Virtuales de Aprendizaje (EVA)*. UOC. http://educoas.org/portal/la_educacion_digital/146/publicaciones/entornos.html (June 18, 2018).

Ursini, S., and M. Trigueros. 2006. "Mejoran La Comprensión Del Concepto de Variable Cuando Los Estudiantes Cursan Matemáticas Avanzadas?" *Educación Matemática* Vol 18 No: 5–38.

# APRENDIZAJE DE LA ADICIÓN EN ESTUDIANTES EN CONDICIÓN DE DIVERSIDAD FUNCIONAL VISUAL

***Jaime Fonseca González***

*jaimejaimef@hotmail.com, Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Bogotá –Colombia)*

***Angélica Rodríguez Rojas***

*anitacely.88311@gmail.com, Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Bogotá –Colombia)*

## RESUMEN

*Para comprender el aprendizaje de las matemáticas de estudiantes en condición de diversidad funcional visual, para el caso de la adición, se analizaron las estrategias de cálculo mental y de resolución de problemas verbales. Con técnica de estudio de caso, se analizaron ocho estudiantes de grados sexto y séptimo, con ceguera total de nacimiento. Los resultados muestran que los estudiantes que además tienen diagnóstico de déficit cognitivo leve emplean representaciones mentales del número en el ábaco ruso para realizar la estrategia de artificios-columnas para hacer cálculo mental de adiciones y el contexto para identificar la operación al resolver problemas verbales. Los estudiantes sin déficit cognitivo disponen de variadas estrategias para cálculo mental de adiciones basadas en representaciones mentales del número como sucesión y de modelado directo-conteo mental para resolver problemas verbales.*

## PALABRAS CLAVE:

Diversidad Funcional Visual, Problemas Verbales, Cálculo Mental, Estrategia.

## INTRODUCCIÓN

Una institución de educación básica y media de Bogotá - Colombia - asumió desde hace varios años el objetivo de desarrollar procesos de educación inclusiva. Para apoyar este objetivo de la institución y formar profesores de matemáticas inclusivos, la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas de Bogotá – Colombia-, ha venido desarrollando trabajos de grado en modalidad de pasantía con sus estudiantes. Desde el inicio, los pasantes notaron la excelente habilidad de Cálculo Mental (CM) de los estudiantes en condición de diversidad funcional visual en todas las tareas matemáticas que realizan. Sin embargo, el currículo tradicional los obliga a emplear físicamente el ábaco abierto y el sorobán como recursos para la realización de cálculos; también la enseñanza de las matemáticas continúa privilegiando la realización de algoritmos de operaciones con el ábaco más que la resolución de problemas. En un intento por modificar esta práctica de enseñanza y sugerir una modificación al currículo, se hizo necesario estudiar las estrategias de CM y de resolución de problemas de los estudiantes en condición de diversidad funcional visual. Siendo esta una actividad de largo aliento, se inició por la adición. Así, como parte de los trabajos de pasantía se han realizado dos estudios con el objetivo de identificar estrategias de resolución de problemas de adicción y de CM que emplean estudiantes en condición de diversidad funcional visual para disponer elementos que posibiliten intervenciones de aula para desarrollar procesos de educación inclusiva y flexibilizaciones curriculares para esta población.

## MARCO DE REFERENCIA

El marco teórico que sustentan el estudio involucra dos componentes: problemas verbales de adición y el CM. Cada uno de estos se amplía a continuación.

## Problemas verbales de adición

Carpenter y Moser (1983, citados en Bermejo, Lago, Rodríguez, 1998) proponen estudiar la adición y sustracción mediante problemas verbales, entendidos como "situaciones matemáticas con un alto grado de significación, que el niño se plantea frecuentemente en su vida cotidiana y extra-escolar" (p. 2). En consecuencia, Bermejo, Lago y Rodríguez (1998) proponen una clasificación semántica de los problemas verbales en las cinco categorías que a continuación se mencionan, teniendo en cuenta que en cada una el problema varía según la ubicación de la incógnita: Cambio: situaciones dinámicas que implican una acción que modifica una cantidad inicial. Combinación: situaciones en donde dos cantidades comprendidas como conjuntos disyuntos se unen para formar uno solo. Comparación: situaciones en las que comparan dos cantidades entre sí, correspondiendo la tercera a la diferencia entre las dos iniciales. Igualación: situaciones en las que se dan dos cantidades y la tercera representa lo que le falta a una para ser igual que la otra. Relacional: situaciones en las que se da una cantidad que expresa la relación entre otras dos desconocidas, una de estas últimas se modifica a partir de un segundo dato y el resultado representa la nueva relación entre las dos cantidades.

Por otro lado, Carpenter y Moser (1984, citados por Bermejo, Lago & Rodríguez, 1998) estudiaron estrategias de resolución de problemas aditivos verbales y establecieron cuatro estrategias: 1) modelado directo: se representan las cantidades mediante objetos para luego juntarlas o contarlas. 2) transición modelado directo - estrategia de conteo: se reconocen actividades asociadas a añadir y añadir hasta (en el caso de la adición) y quitar, quitar de, o emparejamiento (en el caso de la sustracción). 3) conteo: no requieren de la representación física de los conjuntos. 4) hechos numéricos: se aplican reglas que los estudiantes conocen de memoria o infieren mediante otras ya conocidas.

## Cálculo Mental

Gómez (2005) caracterizan el CM por "el uso de métodos de cálculo alternativos a los de columnas. Estos métodos encuentran su fundamento en las propiedades de las operaciones y en las propiedades de los números derivadas de los principios del sistema de numeración" (p.5). Gómez (1994), recopila estrategias de CM documentadas en la literatura para las operaciones aritméticas en general e identifica las siguientes:

a. Artificios. En esta categoría se incluyen los métodos de cálculo en los que se operan los números tomando hechos aislados, sin poner en juego las relaciones que las unen o que unen las cifras. En esta categoría se incluyen las estrategias: 1) Columnas, en las que se emplean mentalmente el algoritmo tradicional de lápiz y papel. 2) Fórmulas, en las que se emplean fórmulas conocidas o creadas por el estudiante para transformar el cálculo. 3) Reglas, en el que se emplean métodos antiguos de cálculo distintos al algoritmo de columnas.

b. Descomposiciones. En esta se incluyen los métodos de CM que dotan de significado numérico y relacional a las cantidades a operar para expresarlas mediante otras más pequeñas que facilitan el CM. Según el tipo de relación operativa en que se haga la descomposición, la estrategia puede ser de dos tipos: disociativas: 1) cuando la descomposición de uno o ambos datos es por adición y puede ser del tipo, descabezamiento cuando las cantidad se separan según su valor posicional, o de subsidiación, cuando la descomposición de una de las cantidades se hace en función de la otra. 2) factoriales, cuando la descomposición de las cantidades es por la multiplicación.

c. Compensación. Esta categoría incluye aquellos métodos de cálculo en los que las cantidades se transforman por otras mayores o menores que facilitan el cálculo, por lo que el incremento o reducción se corrige posteriormente. Las compensaciones puede ser intermedias cuando la corrección se realiza sobre el otro dato, o finales cuando la corrección se realiza sobre el resultado obtenido con las cantidades transformadas.

d. Recuentos. Este tipo de estrategia cubre aquellas en las que el cálculo se realiza por el conteo en sucesiones numéricas.

## ASPECTOS METODOLÓGICOS

Los dos estudios realizados son de tipo cualitativo descriptivo, con método de estudio de caso. La información se recolectó con dos entrevistas semi-estructuradas: la primera constituida por 12 ítems separados en cuatro tipos de problemas aditivos verbales; la segunda con un conjunto de adiciones organizadas según las variables: cantidad de dígitos de los sumandos, cantidad de cambios de unidad y pertenencia de los dígitos a cuatro conjuntos: $C1 = \{0, 1, 2, 3\}$, $C2 = \{4, 5, 6\}$, $C3 = \{7\}$, $C4 = \{8, 9\}$. Los instrumentos de recolección de información se aplicaron en un ambiente de laboratorio, previa aprobación de consentimiento informado de los padres de familia y con registro de audio y video. En la realización de cada uno de los dos estudios se analizaron las estrategias de cuatro estudiantes en condición de diversidad funcional visual que cursan grados sexto y séptimo, cuyas edades se encuentran entre los 12 y 14 años. La selección de muestra se realizó con la técnica participantes voluntarios. El criterio de inclusión fue ser estudiante en condición de diversidad funcional visual desde el nacimiento, por lo que se incluyen casos con diagnóstico de déficit cognitivo leve.

## DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN

Los resultados sobre el aprendizaje de la adición en estudiantes en condición de diversidad funcional visual se reportan en dos categorías: estrategias de CM para adiciones y estrategias de resolución de problemas verbales de adición. En cada una de estas categorías, se describen las estrategias identificadas según el tipo de problema verbal o según las variables del CM de adición identificadas. A su vez, en cada una de estas, se presenta de manera diferenciada las estrategias de estudiantes con ceguera total de nacimiento sin déficit cognitivo y los estudiantes con ceguera total de nacimiento y déficit cognitivo leve.

### *Estrategias de CM para adiciones*

*Estrategias de CM de estudiantes con ceguera total de nacimiento sin déficit cognitivo*. En los dos casos analizados, la representación mental de los números es como una secuencia, no necesariamente en la recta numérica, pero que articula el registro de representación aritmético con el registro en lenguaje natural. Esta representación favorece el uso de las técnicas de descomposición y recuento. A continuación se describen las estrategias de CM para adiciones según la cantidad de cifras de los sumandos:

a. Adición de dos sumandos de dos dígitos. Cuando la suma no presenta cambios de unidad, la estrategia empleada es de descomposición disociativa de descabezamiento y al recuento para las decenas. Para las unidades no se recurre al recuento, sino a la subitización por los saltos en la secuencia. Cuando se presenta un cambio de unidad, se recurre a la estrategia de descomposición disociativa de descabezamiento, con recuento y permutación previa, en la que se inicia el recuento de decenas desde el mayor de los sumandos, se emplea recuento para solo para las decenas y para las unidades se suman por subitización. Cuando se presentan dos cambios de unidad, se identifica una variedad amplia de estrategias que tienen como base la descomposición disociativa por descabezamiento para el segundo sumando, permutación previa cuando el mayor de los sumando es el segundo en la presentación de la suma y el recuento para sumar las decenas. Las técnicas encontradas articulan la anterior estrategia con: 1) recuento en grupos de 10, 2) recuento de 10 en 10, 3) sin secuencia estricta de órdenes de la unidad, 4) articulación con la estrategia de fórmulas, 5) inclusión de la estrategia de descomposición del tipo factorial, 6) estrategia de compensaciones.

b. Adición del primero sumando con dos cifras y el segundo con tres cifras. Como estrategia, ambos casos emplean la técnica de permutación previa para expresar la suma con el mayor de sumando al inicio. Al momento de sumar, nuevamente recurre a la estrategia de descomposición disociativa de descabezamiento para el segundo sumando y de recuento para sumar decenas y unidades. Considerando esta estrategia como base, se identifican dos técnicas: 1) con recuento de unidades de 1 en 1, 2) con la estrategia de compensación en el caso de las compensaciones finales. Es de resaltar que ante los constantes recuentos para unidades y decenas, aparece el error de olvidar la cifra de las centenas.

c. Adición del primero sumando con tres cifras y el segundo con dos cifras. La estrategia es la misma que para las anteriores sumas, pero ya no usa permutación previa. Nuevamente aparece el error de olvidar la cifra de las centenas, pero solo se presenta en los casos en los que el primero sumando es mayor que 600.f

d. Dos sumandos de tres cifras. La memoria del estudiante llega a su máxima capacidad, al punto en que olvida adicionar las centenas. En los cambios de unidad de las centenas, ambos estudiantes caen en un error de nombramiento y reconstitución del total, de modo que las unidades de mil son denominadas como millón y agrega la suma de los restos de los números al retirar las centenas. Los errores no se presentan en las adiciones sin cambios de unidad. En las adiciones sin cambios de unidad, la estrategia de CM empleada es de descomposición disociativa de descabezamiento y recuento.

*Estrategias de CM de estudiantes con ceguera total de nacimiento y déficit cognitivo*. En los dos casos analizados, la representación de los números naturales es mediante el ábaco ruso cerrado, lo que hace que las estrategias de CM para sumas sigan el algoritmo de columnas, sin variaciones por la cantidad de cambios de unidad o la cantidad de dígitos de los sumandos.

## Estrategias de resolución de problemas verbales de adición

*Estudiantes en condición de diversidad funcional visual de nacimiento si déficit cognitivo*. En estos casos, la estrategia de resolución de problemas verbales se caracteriza por involucrar una representación mental de las cantidades de la situación, identificar en la situación la operación a realizar y ejecutarla mentalmente. De este modo acuden a estrategias de modelado directo y conteo. Cuando se les solicita justificar la respuesta, acuden a conjuntos discretos para modelar, pero no cuentan, sino que identifican la relación y hacen el cálculo mentalmente o por hechos numéricos conocidos.

En los problemas de cambio: Con incógnita en el resultado se relaciona la situación con la adición entre la cantidad inicial y el cambio; como las cantidades son pequeñas, la estrategia empleada es de hechos numéricos conocidos. Con incógnita en el cambio, se asocia la solución con la sustracción de la cantidad inicial al resultado y reconoce que la diferencia refiere a la cantidad de cambio; una forma de modelar la situación es con los dedos de modo que primero representa el resultado y a este le descuenta el inicio. Con incógnita en el comienzo, se asocia la situación con una sustracción, reconociendo que tiene un resultado obtenido de un cambio, por lo que deshace el cambio sustrayendo la cantidad de cambio del resultado, así que la estrategia empleada es de transición modelado directo-estrategias de conteo, pues al explicar la resolución del problema realiza la representación de las cantidades con objetos y las ideas mentales de estas.

En los problemas de combinación: Con incógnita en el conjunto total, los estudiantes relacionan la situación con una adición, en tanto identifica las dos partes y al juntarlas determina el conjunto total, o que conlleva a que emplee estrategia de conteo, pues usa los dedos para unir las dos partes. Con incógnita en la segunda parte, se asocia la situación con la sustracción, de modo que identifica que tiene un conjunto total y una de las partes que componen ese total, para sustraer la segunda parte y obtener la primera parte; en la argumentación, emplea la estrategia de transición modelado directo – conteo.

Problemas de comparación: Cuando la incógnita está en comparación, se relaciona la situación con una adición entre el referente y la diferencia, en tanto identifica que esta última está determinada por la comparación, emplean estrategias de conteo mediante el uso de los dedos para resolver la situación. Cuando la incógnita está en el referente, la estudiante asocia la solución con una sustracción entre la comparación y la diferencia, en tanto este último indica que la comparación es mayor que la diferencia. Cuando la incógnita está en la diferencia, se asocia la situación con una sustracción, de modo que al reconocer dos cantidades y una es mayor que la otra, resta la menor de la mayor.

*Estudiantes con ceguera total de nacimiento y déficit cognitivo leve.* Los estudiantes con ceguera total y déficit cognitivo leve se caracterizan por: la estrategia de resolución consiste en identificar elementos del contexto que le sugieran la operación a realizar y luego el CM de entre los datos. La estrategia es de tipo conteo. Realizar en su mente la identificación de la operación y los cálculos. En la justificación de la solución, repiten los datos y hacen énfasis en el significado y en que piensan que alguna es la operación que les permite resolver el problema.

*Problemas de cambio.* Con incógnita en el resultado. Ambos estudiantes los asocian acertadamente con una suma entre el comienzo y el cambio. Cuando se les pregunta por la elección de la adición repiten el dato de la ganancia y hacen énfasis en esto. Con incógnita en el comienzo. Emplean una estrategia de conteo por completado desde el comienzo hasta el resultado. Este conteo lo relaciona acertadamente con la diferencia; el argumento de solución es por verificación de que el comienzo sumado al cambio le da el resultado.

*Problemas de combinación*. Con incógnita en el conjunto total, suelen ser problemas muy usuales en la enseñanza y el aprendizaje de la adicción. Ambos identifican que es un contexto para la adición. Con incógnita en el en la segunda parte, lo relacionan incorrectamente con la suma de la parte y el conjunto total. Traen la dificultad de comprender las expresiones verbales de incógnita como dato. Se identifican dos comprensiones: como cantidad a la que le puede asignar un valor deseado por el resolutor, una cantidad que toma el mismo valor que la primera parte. Comparación con incógnita en el referente, los asocian acertadamente la situación con una suma, aunque no expresa las razones de esta asociación.

## CONCLUSIONES

A pesar de que los estudiantes en condición de diversidad funcional visual tienen una enseñanza de las matemáticas basada en los algoritmos en el sorobán, logran construir representaciones mentales de los números naturales mediante secuencia y ábaco ruso que genera estrategias de cálculo mental de descomposición por descabezamiento articulada con recuentos y de artificios-Columnas principalmente por estudiantes con déficit cognitivo leve. En cuanto a la resolución de problemas verbales de adición, los estudiantes con déficit cognitivo leve encuentran significado en los problemas de cambio con incógnita en el resultado y en problemas de combinación con incógnita el conjunto total y en la primera parte; mientras que los estudiantes sin el déficit han construido significado para la adición en casi todos los tipos de problemas verbales analizados.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS BÁSICAS

Bermejo, V., Lago, M.O. y Rodríguez, P. (1998). Aprendizaje de la adición y sustracción. Secuenciación de los problemas verbales según su dificultad. Revista de Psicología General y Aplicada, 51(3–4), 533–552.

Gómez, B. (1994) Los métodos de cálculo mental en el contexto educativo: un análisis en la formación de profesores. Tesis doctoral. Universitat de València (España).

Gómez, B. (2005) La enseñanza del cálculo mental. UNIÓN Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 4, 17 – 29.

# SUBJETIVIDAD DE ESTUDIANTES PARA PROFESOR DE MATEMÁTICAS A TRAVÉS DEL DIBUJO, LA ILUSTRACIÓN Y OBSERVACIÓN DE LAS VANGUARDIAS ARTÍSTICAS DEL SIGLO XX

**John David Murillo Sanabria**

John_akarui@hotmail.com, Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Bogotá – Colombia)

**Juan Carlos Hernández Morales**

juancarloshernandezmorales@outlook.com , Universidad Distrital Francisco José de Caldas

(Bogotá -Colombia)

## RESUMEN

*El presente reporte de investigación relata un estudios que buscó develar la subjetividad de estudiantes para profesor de la Licenciatura en Matemáticas, (LEMA-UD), particularmente en aspectos relacionados con las matemáticas, la educación matemática y el ser profesor, a través de un análisis crítico a obras plásticas por ellos elaboradas en el curso de las artes plásticas y el profesor de matemáticas, realizado en el primer semestre de 2018 en la Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Estás obras son producto de responder preguntas como ¿Quién soy yo?, ¿Qué quiero ser?, "Experimento conmigo cuando...", en un cruce con el estudio de las vanguardias artísticas del siglo XX. Dicho análisis se hizo con herramientas teóricas propuestas por Foucault. Por lo que en este trabajo se pueden encontrar aquellas subjetividades e incluso discursos que tienen los estudiantes, en aspectos clave que influyen para la construcción de una educación matemática acorde a las necesidades de la sociedad colombiana.*

## PALABRAS CLAVE:

Subjetividad, profesor de matemáticas, arte, discursos.

## INTRODUCCIÓN

En la constitución de las realidades del sujeto, la educación cobra un papel particular y el profesor de matemáticas claramente no es ajeno a esta situación. En dicha constitución los individuos empiezan y/o complementan sus visiones sobre la vida y sobre sí mismos a partir de discursos frente a la sociedad. Por lo tanto, frente a las construcciones sociales y epistemológicas que le atañen y que se configuran como verdades, las verdades que lo orientan.

El futuro profesor de matemáticas tiene un rol fundamental en la construcción de futuras verdades en aquellos sujetos involucrados en la educación, pues bien, como Montecino (2015) comenta: "El profesor de matemáticas toma relevancia, ya que, es el responsable de transmitir y enseñar a las nuevas generaciones un conocimiento que es considerado como valioso y útil" (p. 2).

Nace la necesidad entonces de observar y conocer cuáles son aquellas subjetividades que tiene el estudiante para profesor de matemáticas de la LEMA-UD, frente a temas como la matemática, la educación matemática y su rol como docente. Elementos que lo constituyen como sujeto inmerso en un sistema de producción y resonancias de discursos. Es decir, aquellas "repeticiones de enunciados en ciertas condiciones de posibilidad, los cuales permiten la generación de verdades y la construcción de formas de razonamiento" (Montecino, 2015, p. 3).

Se devela la subjetividad de los estudiantes de la LEMA-UD a través de un análisis crítico del discurso, gracias a las producciones artísticas junto con sus respectivas descripciones hechas por los mismos estudiantes, bajo herramientas teóricas Foucaultianas. Es decir, como un sujeto producto de una construcción histórico-cultural que mediatiza un conocimiento bajo los parámetros de lo establecido y deseado por determinados aspectos sociales y de poder (Montecino, 2015).

Gracias a estas producciones artísticas y discursivas junto con su posterior análisis, se observan singularidades y regularidades en los modos de ver la matemática, la educación matemática y el ser docente. En otras palabras, la subjetividad del profesor de matemáticas. Incluso, mediante estas producciones se pueden identificar futuras replicas discursivas, por el hecho de que, según Foucault (como se citó en Montecino, 2015), los discursos se encuentran compuestos de enunciados y enunciaciones, las cuales expresan verdades que atraviesan la visión de los estudiantes de la LEMA-UD hacia la educación matemática y sus modos de producción didácticos.

## MARCO DE REFERENCIA

En la búsqueda y construcción de una mejor educación matemática, existen múltiples métodos, metodologías, investigaciones y visiones que conforman y envuelven claramente al estudiante para profesor de matemáticas, dejándolo creer que puede pensar, pero en sí es sólo el resultado y autor de su conformación como sujeto "Foucaltiano". Es decir, un sujeto como Montecino (2015) invita a pensarlo, "…como una construcción histórica- cultural, situada en configuraciones temporeo- espaciales, inmerso en prácticas discursivas y configurado en un entramado socio-político" (p. 3).

Por lo tanto, la investigación se centró en el análisis de producciones subjetivas del estudiante a la luz de conceptos teóricos desarrollados por Foucault. Por lo que se hace igualmente un análisis de los discursos que rondan por las ideas que se tienen sobre las matemáticas, la educación matemática y el ser profesor. Estas observaciones se sustentan a través de producciones artísticas las cuales trataremos como documentos históricos, porque son testimonios fehacientes de la libertad del sujeto. Además, consideraremos lo dicho por Burckhardt (como se citó en Burke, 2005) quien describe las imágenes como "testimonios de las fases pretéritas del desarrollo del espíritu humano…a través de las cuales podemos leer las estructuras de pensamiento y representación de una determinada época" (p. 13).

Se analiza entonces los documentos históricos, los testimonios orales, las descripciones de las obras por parte de los autores, para así encontrar los discursos que rodean al sujeto de estudio. Los discursos se entenderán como "repeticiones de enunciados en ciertas condiciones de probabilidad, los cuales permiten la generación de verdades y la constitución de formas de razonamientos" (Montecino, 2015, p. 3).

Para complementar el análisis del sujeto desde los aspectos propuestos por Foucault, se ha trabajado el estudio de las vanguardias que atravesaron el siglo XX, puesto que, son estas las que han generado ciertos modos de ver al mundo contemporáneo occidental.

## ASPECTOS METODOLÓGICOS

Se elaboró una investigación cualitativa tomando a los estudiantes de LEMA-UD que cursaron la electiva *las artes plásticas y el profesor de matemáticas* como población de referencia. Durante la electiva los participantes tuvieron que elaborar diez pinturas con las que respondieron una encuesta de seis preguntas. La última pintura la elaboraron como síntesis de las respuestas de toda la encuesta y contaron con cinco minutos para explicarla oralmente. De todo eso se obtuvo un documento histórico (Burke, 2005) que fue analizado utilizando el concepto Foucaultiano de subjetividad y considerando cuatro categorías de análisis utilizadas para encontrar coincidencias en las distintas formas de ser de los estudiantes de LEMA-UD.

Los instrumentos utilizados para recolectar información fueron: una encuesta de 6 preguntas abiertas (¿Quién soy yo? ¿Qué quiero ser?, ¿Soy otro cuándo?; ¿Quiero ser otro cuándo?; Uno experimenta consigo mismo cuando...; Uno experimenta en el plano del ser maestro, cuando…), la observación, grupos de discusión, también fotografías de las pinturas que los estudiantes iban elaborando durante cada sesión de y se hizo un video de la presentación final.

Se crearon 4 categorías de análisis: Matemáticas, Educación matemática, Profesor y crítica, con las que se clasificó la información suministrada por los estudiantes de LEMA-UD y posteriormente se sacaron conclusiones.

## DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN

En las siguientes tablas se muestran algunos hallazgos parciales de la investigación.

| Percepción sobre las matemáticas | Ven las matemáticas como algo numérico | Ven las matemáticas como algo geométrico | Sienten que hay una relación entre las matemáticas y las emociones | Ven las matemáticas como un medio para describirse a sí mismos | Usa las matemáticas como una herramienta | Creen que las matemáticas se pueden relacionar con otras ciencias | creen que en la vida las matemáticas no son primordiales |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Nº de personas | 10 | 5 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 |

**Diagrama 1. Se puede observar que en esta población la opinión más común sobre matemáticas es la de considerarlas como algo numérico.**

| Percepción sobre la educación matemática | Creen que las clases de matemáticas deben ser magistrales | No creen que las clases de matemáticas deban ser magistrales | Cree que la educación de matemáticas debe abordar temas más allá de las matemáticas | Creen que las matemáticas se aprenden mejor de forma individual a través de la observación | Ven la educación matemática como un campo de investigación |
|---|---|---|---|---|---|
| Nº de personas | 3 | 4 | 3 | 1 | 1 |

**Diagrama 2. No se ve una tendencia definida no obstante se puede ver que hubo muy pocas opiniones sobre educación matemática en este grupo de estudiantes para profesor.**

| Percepción sobre la figura profesor | El profesor debe lidiar con problemas sociales de sus estudiantes | Cree que un profesor puede mejorar la convivencia entre sus estudiantes | Piensan que un profesor debe reconocerse en el otro | Creen que un profesor debe seguir aprendiendo porque no lo sabe todo | Creen que un profesor debe aprender de sus errores | Creen que el profesor transmite conocimiento |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Nº de personas | 4 | 2 | 7 | 4 | 1 | 6 |

**Diagrama 3. Se puede ver que es bastante frecuente la idea de preocuparse por el otro en este grupo de estudiantes para profesor.**

| Crítica | El matoneo se ha llevado a extremos | Cuestiona su propia forma de enseñar | En Colombia la gente de tercera edad es menospreciada | La academia no considera algunas cosas que son importantes | Hay poderes siniestros que dañan la sociedad |
|---|---|---|---|---|---|
| Nº de personas | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 |

**Diagrama 4. En esta tabla se puede ver que hay muchos menos comentarios sobre críticas que de otras categorías.**

## CONCLUSIONES

Se ha encontrado que:

- ✓ Ver las matemáticas como algo numérico es lo más común en este grupo de estudiantes para profesor.
- ✓ La menor cantidad de opiniones fueron en torno a críticas de tipo social y político, lo que revela que esta dimensión de futuros profesores de matemáticas está por desarrollar.
- ✓ Sobre la figura de profesor la mayor tendencia fue que este debe preocuparse por el otro, hay así un sentido de alteridad u otredad que resulta clave en la idea de profesor contemporáneo.
- ✓ Sobre la figura de profesor tan sólo una persona dijo que de los errores se aprende.
- ✓ La cantidad de estudiantes que ven conveniente dar las clases de matemáticas de forma magistral (3) es casi igual a los que piensan que no (4).

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS BÁSICAS

Burke, P. (2005). *Visto y no visto El uso de la imagen como documento histórico.* Barcelona, España: Biblioteca de Bolsillo.

Montecino, A. (Mayo de 2015). Subjetividad del profesor de matemática. Discursos que circulan. *Conferencia Interamericana de Educación Matemática* , (págs. 1-8). Chiapas, México.

# SESGOS ESTADÍSTICOS EN INSTRUMENTOS MEDIÁTICOS: MÁS ALLÁ DE LA ESTRATEGIA DE "OCULTAR MOSTRANDO"

**Angie Riaño Vargas**
angie010712@hotmail.com, Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Bogotá –Colombia)
**Pedro Rocha Salamanca**
procha@udistrital.edu.co, Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Bogotá –Colombia)

## RESUMEN

*Se relaciona la primera parte de una investigación en el campo de la educación estadística con el objeto de observar, a través de una revisión documental, los tipos de sesgos que se presentan en contextos sociales como error sistemático que conduce a las personas a realizar razonamientos equivocados cuando se emprende tareas relacionadas con la estimación.*

## PALABRAS CLAVE:

Educación estadística, sesgos, contextos sociales.

## INTRODUCCIÓN

¿La credibilidad a un medio de comunicación está mediada por su facilidad de acceso? De acuerdo con la encuesta de percepción ciudadana realizada en Bogotá en el 2017, parece ser que los ciudadanos confieren confianza a las fuentes de información según su frecuencia de ocurrencia. Encabezando la lista se encuentra la televisión (44%), seguido por las redes sociales (23%), prensa escrita (13%), radio (12%) y el "voz a voz" (5%). Resulta insólito que, al catalogar los medios de comunicación de acuerdo con el grado de credibilidad, se sitúe en el último lugar portales de las entidades públicas o de instituciones (3%) no obstante éstas son las fuentes primarias de información, por tanto, las más fidedignas y objetivas.

Lo insólito busca sus raíces en los atributos que ofrecen ciertos medios de comunicación, aquellos audiovisuales exponen sucesos impactantes y casos particulares acompañados de cuadros vívidos e imágenes que eclipsan estadísticas oficiales y palabras. En particular la televisión centra su atractivo en la facilidad de leer una imagen dramática a interpretar una representación estadística o analizar un texto argumentativo, lo que genera estimaciones distorsionadas a la hora de evaluar el impacto de un suceso, de acuerdo con la investigación realizada por Kahneman (2011).

En el mismo sentido, existe una gran cantidad de información en los medios de comunicación que es presentada de forma parcial o simplemente no es entregada, dependiendo de los intereses de la organización que tiene o es propietaria del medio. Sobre este particular, hace más de una década Pierre Bourdieu (1996) estableció una contradicción sobre los alcances de la televisión en la sociedad contemporánea, instrumento que puede "ocultar mostrando" (p.24) como estrategia que distorsiona realidades sociales y desnaturaliza el papel que debe desempeñar un medio de comunicación.

En este marco, la primera parte de esta investigación tiene como fin observar y describir los tipos de sesgo que se presentan en los instrumentos mediáticos, encontrando que la disponibilidad, el ancla y la representatividad se manifiestan de forma evidente como estrategias de manipulación de datos.

## MARCO DE REFERENCIA

Investigadores en el ámbito de la educación como Garfield & Ahlgren (1988) y en la psicología como Kahneman, Slovic & Tversky (1982), han reunido suficiente evidencia para afirmar que las personas pueden confiar en engañosas estrategias intuitivas cuando se emprende la tarea de interpretar o tomar decisiones que involucran información estadística. Entre ellas se destaca:

- ∞ El ancla: Consiste en estimar un suceso a partir de un valor inicial dado, realizando ajustes para producir un resultado final.
- ∞ La representatividad: Ocurre cuando las personas predicen eventos basándose en estereotipos más allá de considerar tasas base.
- ∞ Disponibilidad: Surge al establecer una dependencia entre ejemplos impactantes que se extraen de una categoría y su extensión, al recordar como más probable una clase que parezca más extensa en su tamaño así sea equiprobable con otra, dado que esta última es más difícil de evocar. (Kahneman, 2011).

## ASPECTOS METODOLÓGICOS

Las actividades propuestas forman parte del diseño de un experimento de aula en el que se privilegia la revisión de información estadística apoyada en la consulta de boletines, artículos o ensayos de entidades públicas, periódicos y revistas; con el fin de describir los sesgos relacionados con la disponibilidad, así como las formas en que éstos se manifiestan en el contexto social.

## DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN

¿Qué tan factible es caer en las redes de la publicidad engañosa?

La *disponibilidad* se manifiesta cuando el consumidor sobrevalora la información disponible para acceder a un determinado producto o servicio. Las campañas publicitarias de Ariel incluyen testimonios de mujeres, quienes exageran la efectividad del detergente para dejar la ropa más limpia, brillante y blanca. *La representatividad* tiene lugar al crear un falso estereotipo femenino como único género encargado de la labor del hogar, avivando prejuicios en contra del papel de la mujer en la sociedad contemporánea.

El sesgo denominado *ancla* tiene lugar cuando la persona suele obstinarse a la primera información que recibe sobre un artículo. Empresas reconocidas en el país como Panamericana con su promoción “Computador Lenovo precio con descuento $ 1.279.200” y “Por la compra de computadores Lenovo llévate por solo $49.000 una Tablet Lenovo 7”, atrajo la atención de muchos compradores desprevenidos quienes debían pagar el precio normal del computador ($1´599.000) para poder acceder al descuento de la Tablet Lenovo no obstante esta información no fue clara en la oferta. Por inducir error y confusión a los compradores bajo el efecto ancla, esta librería y papelería recibió una multa de noventa millones doscientos nueve mil pesos por parte de la SIC en el 2016.

Los sesgos mencionados con antelación también se observan en fenómenos sociales y ambientales como la pobreza y el cambio climático.

En 2017 se realizó una encuesta de percepción ciudadana develando que tan sólo el 15% de los encuestados en Bogotá se considera pobre, aun cuando la ciudad es catalogada como la tercera con mayor índice de desigualdad con un coeficiente Gini de 0.49 (este índice entre 0 y 1 indica desigualdad en la distribución salarial de un país siendo 0 la igualdad total, es decir, que todos los habitantes tienen los mismos ingresos; y 1 la máxima desigualdad, esto es, que un habitante posee todos los ingresos y el resto ninguno) La problemática se extiende al país, que figura como el segundo más desigual en América Latina y el sexto en el mundo de acuerdo con los datos expuestos por el Banco Mundial en el 2015. (Ver figura 2).


**Figura 2.** Percepciones sobre la pobreza en la ciudad.

**Fuente:** Encuesta de percepción ciudadana (2017). Medios de comunicación [Ilustración]. Recuperado de: http://www.bogotacomovamos.org/documentos/encuesta-de-percepcion-ciudadana-2017/

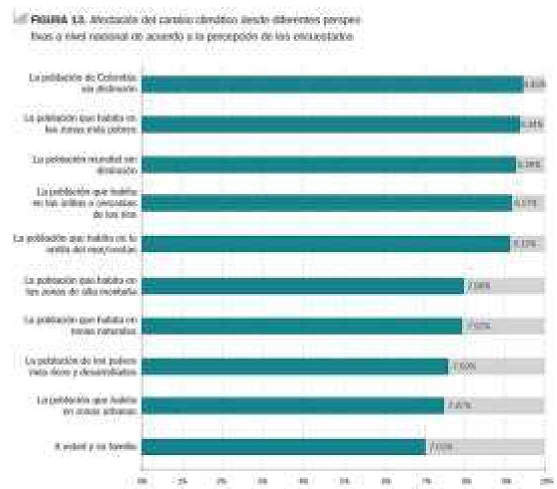


**Figura 3.** Afectación del cambio climático.

**Fuente:** IDEAM (2016). ¿Qué piensan los colombianos sobre el cambio climático? [Ilustración]. Recuperado de: http://documentacion.ideam.gov.co/openbiblio/bvirtual/023626/Percepcionfinal.pdf

En la figura 3 se manifiesta una correlación ilusoria entre la afectación del cambio climático y ciertas zonas del planeta no obstante esta problemática se manifiesta en el mundo hace 200 años de acuerdo con los datos presentados en la primera encuesta nacional de percepción pública sobre el cambio climático realizada en el 2016 por el Instituto de Hidrología Meteorología, y Estudios Ambientales (IDEAM) Cabe anotar que en esta representación estadística la frecuencia relativa absoluta no corresponde al 100% (el porcentaje total es 84.28%). Parece que las personas piensan que el cambio climático es sólo producto de la cantidad de basuras que se produce, sin incluir dentro de sus argumentos el problema de la deforestación para cultivar nuevas tierras, para producir más alimentos o la utilización de ganadería extensiva y los resultados que han llevado al deterioro de la tierra y la contaminación por los residuos orgánicos que producen los animales. Todo ello se enmarca dentro de un problema globalizado que tiene que ver con el consumo excesivo de recursos naturales.

## CONCLUSIONES

Los sesgos estadísticos se manifiestan de muchas formas en la sociedad contemporánea, probablemente la que más impacta está relacionada con los medios de comunicación como generadores de opinión. Por esta razón, es imprescindible gestionar este tipo de situaciones en el aula de clase como escenario de reflexión de manera que se entrevea la necesidad no de leer datos en formas comunicativas, sino de interpretar y analizar información para poder desarrollar una postura crítica.

Este panorama social devela una inquietante dualidad: la dificultad de pensar estadísticamente y facilidad con que "se piensa asociativamente, causalmente y metafóricamente (…) sobrestimando lo que entendemos del mundo y subestimando el papel del azar en los acontecimientos" (Kahneman, 2011, p. 51).

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS BÁSICAS

Banco Mundial (2018) Data Bank. Poverty and equity. The world bank group. Recuperado de: http://databank.worldbank.org/data/reports.aspx?source=poverty-and-equity-database#

Bourdieu, P. (1996). Sobre la televisión. Buenos Aires: Editorial Anagrama. Recuperado de: https://existenciaintempestiva.files.wordpress.com/2014/03/bourdieu-sobre-la-television.pdf

Garfield, J., and Ahlgren, A. (1988), Difficulties in learning basic concepts in statistics: implications for research, Journal for Research in Mathematics Education, 19, 44-63.

IDEAM, PNUD, MADS, DNP, CANCILLERÍA (2016). "¿QUÉ PIENSAN LOS COLOMBIANOS SOBRE EL CAMBIO CLIMÁTICO? Primera encuesta nacional de percepción pública del cambio climático en Colombia. ISBN Bogotá D.C., Colombia. Recuperado de: http://documentacion.ideam.gov.co/openbiblio/bvirtual/023626/Percepcionfinal.pdf

Kahneman, Daniel (2011). Thinking fast and slow. New York: Farrar, Strauss and Giroux. E-pub.

Red Colombiana de ciudades cómo vamos. (2018). Encuesta de percepción ciudadana 2017. Recuperado de: http://www.bogotacomovamos.org/documentos/encuesta-de-percepcion-ciudadana-2017/

Superintendencia de Industria y Comercio (2016). Por publicidad engañosa en ofertas y promociones Superintendencia sanciona a Panamericana. Colombia: http://www.sic.gov.co/noticias/por-publicidad-enganosa-en-promociones-y-ofertas-superindustria-sanciona-a-panamericana

# TENSIONES DE UNA DOCENTE EN LA CLASE DE MATEMÁTICAS. EXPERIENCIA DEL MONTAJE DE UN ESCENARIO DE APRENDIZAJE

***Clara Judith Morales Orozco***

*claraduruelo@gmail.com, Colegio El Salitre IED (Bogotá D.C. –Colombia)*

***Claudia Patricia Roldán Díaz***

*roldi2412@gmail.com, Colegio Los Tejares IED (Bogotá D.C. –Colombia)*

***Julio Hernando Romero Rey***
*jhromerordistrital@yahoo.com, Universidad Distrital*

## RESUMEN

*En este reporte de investigación presentamos uno de los episodios de análisis del trabajo de grado denominado: "Tensiones en la clase de matemáticas. Experiencia de una docente en el montaje de un escenario de aprendizaje" (Morales y Roldán, 2017). Por medio de esta presentación buscamos dar a conocer algunas de las tensiones experimentadas por una profesora durante el montaje de un escenario de aprendizaje.*

*En el episodio de análisis presentado, se visualiza elementos que intervinieron en las tensiones de la docente, estas se enmaran en un escenario caracterizado por los actos de habla (Alrø y Skovsmose, 2012) y actividades dirigidas (Skovsmose, 1999), los cuales irrumpieron con la negociación de aspectos relevantes en el montaje y no lograron vincular las intenciones de todos los estudiantes. El análisis de estos aspectos se constituyó como la oportunidad de reflexión de las prácticas de la docente de esta experiencia.*

## PALABRAS CLAVE:

Investigación crítica, tensiones, negociación y subjetividad.

## INTRODUCCIÓN

Este reporte de investigación se enmarca en la Educación Matemática Crítica y se centra en las tensiones de una docente en su experiencia de disponer un montaje con los niños del grupo 301 del Colegio Los Tejares IED (Bogotá). Para la docente esta experiencia se constituyó en un desafío, ya que la llevó a cuestionarse sobre las certezas de sus clases de matemáticas ubicadas en el Paradigma del ejercicio (Skovsmose, 1999) y la embarcó en el sueño de configurar clases en las que todos sus estudiantes se incluyeran.

En este documento se presenta un episodio, construido desde la información recolectada y las categorías de análisis enmarcadas con la noción de negociación de Vithal (2000). Las tensiones que se visualizan en este este episodio se encuentran relacionados con: la dificultad de asumir varios roles al mismo tiempo, la "desesperación" de encontrar información relacionada con las intenciones de los niños y la ruptura de posibilidades de negociación con los estudiantes.

Las tensiones presentadas en esta experiencia nos permitieron reflexionar sobre nuestras prácticas, ya que nos invitan a intentar dejar a un lado las "ansias" de un control por lo que ocurre en la clase, a darle apertura a la negociación con los estudiantes y apoyar nuestras incertidumbres en el diálogo.

## MARCO DE REFERENCIA

Esta investigación se nutre de los aportes teóricos de algunos “dramaturgos” de la Educación Matemática Crítica. Sus letras nos ayudaron a “pegar las tablas de nuestra tarima” y nos confrontaron nuestra mirada de aprendizaje, intencionalidad, comunicación y negociación.

Con referencia a la noción de aprendizaje partimos del siguiente planteamiento de Skovsmose: “Concibo el aprendizaje como algo causado por las intenciones de la persona que aprende” (1999, p. 203). Frente a esta consideración cabe señalar que para Skovsmose las intenciones orientan las acciones, las cuales se diferencian de las actividades que son hechas de manera mecánica o rutinaria. Para Skovsmose las intenciones se relacionan con sus antecedentes y porvenires.

La idea de intencionalidad nos remitió a considerar una clase de matemáticas que se fundamenta en la negociación de las intenciones de sus participantes, al respecto encontramos los aportes de Valero (2012) y Vithal (2000) ellas consideran la negociación como un asunto fundamental en las prácticas escolares e investigativas de educación matemática. La negociación de intenciones se da mediante la comunicación de los actores de un escenario, y desde la propuesta de Alrø y Skovsmose (2012) la manera como los sujetos intercambian sus puntos de vista y negocian sus intenciones se enmarca en lo que ellos consideran como diálogo.

## ASPECTOS METODOLÓGICOS

Nuestra experiencia se orienta en el modelo de investigación crítica propuesto por Vithal (2000) y posteriormente por Skovsmose y Borba (2004). Este modelo de investigación se basa en tres situaciones: actual, imaginada y dispuesta, las cuales se interrelacionan a partir de tres procesos: imaginación pedagógica, organización práctica y razonamiento crítico. Para el análisis de nuestro objeto de estudio nos centramos en la calidad de la organización práctica y la viabilidad de la situación imaginada, los cuales se vinculan con la noción de negociación de Vithal (2000). A partir de esta relación acordamos las categorías de análisis. Los episodios analizados se basaron en la información recolectada en las notas de campo y grabaciones audiovisuales de las clases de matemáticas. La entre-vista (Kvale 2011) fue el instrumento que nos permitió escuchar los relatos de la profesora Patricia con relación a las tensiones que experimento en el montaje.

## DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN

El objeto de estudio de las tensiones de la docente surgió en nuestro camino, esto nos llevó cambiar nuestras intenciones iniciales. Para ilustrar nuestro análisis, presentamos el fragmento del episodio denominado: “Sueños de algunos niños”, el cual se da en una clase de matemáticas en la que la profesora tiene el propósito de indagar los porvenires (Skovsmose, 1999) de los niños. Para esto, ella da las indicaciones de la tarea a realizar, luego le entrega una hoja blanca a cada niño y transita por el salón con una cámara de video para plasmar lo que ocurre y además registrar las respuestas de algunos niños. En este recorrido de la profesora ocurrió la siguiente situación:

| | | |
|---|---|---|
| *1* | *Profesora* | *¿Dónde dibujaste tus sueños?* |
| *2* | *Gabriel* | *Ah, ah, eh… (Gabriel mira hacia el techo. Se registra un paneo y se observa a los niños sentados desarrollando algo)* |
| *3* | *Profesora* | *¿Cuál es tu sueño?... Muéstrame tu dibujo, ¿Cuál es tu sueño?... Quedan cinco minutos y recojo, luego trabajamos con lo de la plastilina. (La cámara está enfocada en Gabriel quien mira hacia arriba, luego mueve la cabeza hacia abajo).* |
| *4* | *Julián* | *Además, yo no traje los materiales.* |
| *5* | *Profesora* | *No importa, (respondiéndole a Julián) Listo… (Interactúa con otro niño, la cámara registra únicamente el audio) ¿Cuál es su sueño? Escríbalo rápido, márquelo rápido…. (La profesora se ubica en el puesto de uno de los estudiantes y recibe las tareas que le van entregando los estudiantes). Dirigiéndose a Simón le dice con voz de satisfacción: ¡Muy bien! (Dana que está cerca a la profesora, le entrega la tarea y se sienta en su puesto, la profesora le pregunta) ¿Cuál es sueño?* |

*Transcripción 1. Fragmento del episodio "Sueños de algunos niños".*

En este fragmento vislumbramos una comunicación enmarcada en los actos de habla (Alrø y Skovsmose, 2012), los cuales se observan en las indicaciones que la docente expone al inicio de la clase y en las preguntas que dirige a los niños con el fin de obtener la información para la investigación. Este tipo de comunicación irrumpe con la negociación del lenguaje de los actores, ya que no se posibilita el diálogo sobre la manera como los niños asumen la palabra sueño y el sentido de conversar sobre este asunto. Las preguntas que emite Patricia se enfocan más en el propósito de obtener información, lo cual se distancia con el carácter de la investigación crítica en la cual es fundamental investigar con los sujetos y no sobre los sujetos.

Por otra parte, observamos una profesora que asume varios roles en una sola clase: graba, pregunta, indica el tiempo, entrega y recoge el material. La multiplicidad de roles de la docente hace que experimente tensiones en la clase. La opción de acordar roles para actores de este escenario, no existió; quizás ello hubiese ayudado en una menor carga para la profesora Patricia.

## CONCLUSIONES

Mediante el análisis del episodio descrito se visualiza un escenario enmarcado en los actos de habla (Alrø y Skovsmose, 2012) y actividades dirigidas (Skovsmose, 1999), los cuales no posibilitan la apertura de la negociación de asuntos como la participación, los roles de los actores y el lenguaje.

Las tensiones evidenciadas las consideramos como objeto de crítica. Para nosotros estas tensiones “no son motivo de eliminación, sino que pueden constituirse en un objeto que aborde la actividad crítica que propone Skovsmose (1999), en este sentido las tensiones pueden ser un asunto que nos convoque a comprender y actuar frente aquellos elementos que nos crean rupturas a los actores del escenario educativo.” (Morales y Roldán, 2017, p. 91).

Las tensiones vivenciadas en la experiencia de la docente Patricia, se constituyen para ella como un insumo de reflexión sobre sus prácticas pedagógicas, en la cuales se cimentaron cuestionamientos sobre las rupturas de negociación y así mismo esperanzas de configurar clases con mayores posibilidades de inclusión y negociación.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS BÁSICAS


Alrø, H. y Skovsmose, O. (2012). Aprendizaje dialógico en investigación colaborativa. En Valero, P. y Skovsmose, O. (Comp.). Educación matemática crítica: una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. (pp. 149-171). Bogotá: Universidad de los Andes.

Kvale, S. (2011). Las entrevistas en investigación cualitativa. Madrid: Ediciones Morata.

Morales, C. y Roldán C. (2017). Tensiones en la clase de matemáticas. Experiencia de una docente en el montaje de un escenario de aprendizaje. (Tesis de maestría). Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá.

Skovsmose, O. (1999). Hacia una filosofía de la educación matemática crítica. Bogotá: Una empresa docente, Universidad de Los Andes.

Skovsmose, O. y Borba, M. (2004). Research methodology and critical mathematics education. (Comp.) Valero P. y Zevenbergen R. (Eds.), Researching the Socio-Political Dimensions of Mathematics Education. 207-224. Inglaterra: Kluwer Academic Publishers.

Valero, P. (2012) “Posmodernismo como una actitud crítica.” En: Valero, P. y Skovsmose, O. (Comp.). Educación matemática crítica: una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas (pp. 173-192). Bogotá: Universidad de los Andes.

Valero, P. y Vithal R. (2012): “La investigación en educación matemática en situaciones de conflicto”. En: Valero, P. y Skovsmose, O. (Comp.). Educación matemática crítica: una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas (pp. 299-326). Bogotá: Universidad de los Andes.

Vithal, R. (2000). Re-Searching Mathematics Education from a Critical Perspective. Conferencia sobre Educación y Sociedad Matemática. Montechoro. Portugal. Universidad de Aalborg Recuperado de http://eric.ed.gov/?id=ED469618.

PÓSTER

# UNA CONTRIBUCIÓN DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS PARA DESARROLLAR COMPETENCIA CIUDADANA Y MATEMÁTICA EN LOS ESTUDIANTES

**Jeisson Jair Triviño Quintero**
jjtrivinoq@upn.edu.co , Universidad Pedagógica Nacional (Bogotá –Colombia)
**Diego Guerrero Garay**
dguerrerog@upn.edu.co , Universidad Pedagógica Nacional (Bogotá _Colombia)

## RESUMEN

*Una de las funciones del profesor de matemáticas es contribuir con el desarrollo de competencias en los estudiantes y el diseño de tareas es un elemento central para lograr tal objetivo. Por tal motivo este poster quiere dar a conocer algunas reflexiones sobre cómo las tareas que generan incertidumbre promueven el desarrollo de competencias tanto ciudadanas y como matemáticas en el aula. Para lograr este objetivo se dará a conocer una tarea y la intervención de una estudiante de grado noveno; seguido de su respectivo análisis en relación a las competencias que se evidenció desarrolló los estudiantes.*

## ASPECTOS CLAVES DEL PÓSTER

El objetivo del poster es mostrar algunas reflexiones sobre como las tareas que generan incertidumbre promueven el desarrollo de competencias ciudadanas y matemáticas en el aula de clase, a su vez estas tareas sean un insumo para contribuir en la labor del profesor en cuanto al diseño y aplicación de las mismas. Esta propuesta surge en los adelantos de una investigación, en el marco de un trabajo de grado de la Maestría en Docencia de la Matemática, programa que ofrece la Universidad Pedagógica Nacional.

## MARCO TEÓRICO

Centramos nuestro marco de referencia alrededor de tres aspectos específicos: i) Tareas que generan incertidumbre ii) Competencias ciudadanas iii) Competencias matemáticas. En relación con el primer aspecto dichas tareas son entendidas como aquellas que no tienen una solución inmediata, y que se pueden abordar mediante diferentes caminos para llegar a una o varias soluciones, además buscan promover nuevos conocimientos, por medio de la interacción social (Zaslavsky, 2005), esto último permite fortalecer el desarrollo de algunas competencias, como las que se expondrán a continuación.

En relación al segundo aspecto Ruiz & Chaux (2005) definen las competencias ciudadanas como habilidades y capacidades que integradas con conocimientos básicos permiten orientar a la persona tanto políticamente como moralmente en un contexto social (Ruiz & Chaux, 2005). Ellos clasifican dichas habilidades en tres categorías: *cognitivas* (Habilidades para tomar e imaginar diversas perspectivas y maneras de solucionar un conflicto o problemática), *comunicativas* (Escucha activa, asertividad para expresar ideas, intereses, o posiciones) y *emocionales* (identificar emociones propias y de los otros). En cuanto al tercer aspecto Niss (2003) define las competencias matemáticas como las habilidades o capacidades para entender, hacer y usar las matemáticas en diferentes contextos y escenarios como: la resolución de problemas; el razonamiento matemático; la comunicación en, con y acerca de las matemáticas; y el uso de recursos y herramientas tecnológicas (Niss, 2003).

## EL CASO DE TERESA

Dentro de los avances de la investigación, se diseñó e implementó una secuencia de tareas que generan incertidumbre. El caso de Teresa que se presenta a continuación es un ejemplo ilustrativo del tipo de competencias que se favorecen con el desarrollo de este tipo de tareas.

Teresa es una estudiante de grado noveno de un Colegio privado de la cuidad de Bogotá, quien después de escuchar las soluciones presentadas por dos de sus compañeras a la tarea: D*ado un segmento AB en GeoGebra, construir otro que siempre sea congruente. Explicar la construcción pasó a paso,* da a conocer su punto de vista y asume una postura en relación a lo dicho por sus dos compañeras.

En relación a la tarea propuesta, Andrea expuso que utilizó la herramienta del software "*Segmento longitud dada*" y copio la medida del segmento *AB.* Mientras que Sandra hace explícito que utilizó la herramienta "*translación*" para encontrar el segmento congruente al segmento *AB.* Luego de finalizar la presentación de sus compañeras, Teresa realiza la siguiente intervención:

> "Es que lo que pasa, mirando las diferencias en los procesos que hizo Sandra y Andrea (…). En el que hizo Andrea, hace lo que pide el ejercicio, que es hacer dos segmentos que sean congruentes, y pasó, y se movían [los segmentos] y todo. Pero cuando lo hizo Sandra lo que pasó fue que ella hizo fue como copiar el primer segmento más no hacer uno diferente que fuera congruente ¿Si me entienden? O sea, el primero esta como reflejado en el segundo, es como una copia, más no dos segmentos totalmente diferentes como lo pedía el ejercicio"

En cuanto a las competencias matemáticas, se resalta el desarrollo del *razonamiento matemático y la argumentación* ya que Teresa dio argumentos que le permitieron cuestionar y decidir no validar la construcción de su compañera Sandra. Respecto a las competencias ciudadanas se lograron promover tres de ellas: *El pensamiento crítico*, por cuanto Teresa cuestionó, y de cierta manera evaluó, las soluciones que se presentaron. La *escucha activa*, porque ella utilizó el parafraseo de las ideas comunicadas por sus compañeras, demostrando que prestó atención. La *asertividad*, debido a que la estudiante comunicó su postura y desacuerdo a una de las soluciones presentadas, utilizando un discurso que no generó ningún tipo de discordias ni rivalidades, además porque manejó un tono de voz sutil y amable.

Como se evidenció en la reacción de Teresa al momento de presenciar dos soluciones, demuestra la importancia que tiene el diseño de tareas como una de las labores más importantes que tienen el profesor. En este caso particular las tareas de incertidumbre dieron lugar a más de una solución, que logró promover competencias tanto matemáticas como ciudadanas.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS


Niss, M. (2003). Quantitative Literacy and Mathematics Competencies. In *Quantitative Literacy: Why Numeracy Matters for Schools and Colleges* (pp. 215-220. http://www.maa.org/ql/pgs215_220.pdf).

Ruiz, A., & Chaux, E. (2005). Las competencias cuidadanas. In *La formación de competencias cuidadanas.* Bogotá; Colombia : Asociación colombiana de facultades de educación - Ascofade.

Zaslavsky, O. (2005). Seizing the Opportunity to Create Uncertainty in Learning Mathematics. (E. S. Mathematics, Ed.) *Educational Studies in Mathematics*, 297-321.

# TRES CONCEPCIONES DE LA PROBABILIDAD Y SU INFERENCIA EN LA ENSEÑANZA

***Luis Eduardo Bisbicus Guanga***
*luisbisbicusguanga07@hotmail.com, Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Bogotá- Colombia)*
***Angélica Helaine Hernández Ardila***
*ahhernandeza@correo.udistrital.edu.co, Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Bogotá- Colombia)*

## RESUMEN

*Cuando hablamos de probabilidad pensamos en un sin número de elementos teóricos que se han puesto en el currículo, que deben estar hilados coherentemente con las estrategias de aprendizaje que utiliza un maestro y así mismo con los métodos de evaluación que se quiere implementar. En este póster se quiere mostrar el estudio de algunas concepciones epistemológicas que debe tener en consideración un maestro de matemáticas, y para esto se mostrarán propuestas de secuencias didácticas, basadas en resolución de problemas.*

## ASPECTOS CLAVES DEL PÓSTER

En este póster se pretende mostrar algunas concepciones que se deben tener en cuenta a la hora de la enseñanza de la probabilidad y la estadística en algunos grados de secundaria como lo son séptimo y octavo, por medio de propuestas de secuencias didácticas, en donde se proponen situaciones orientadoras a las situaciones cotidianas que irán direccionadas al pleno reconocimiento de dos componentes esenciales que el maestro debe tener en cuenta: el conocimiento conceptual de los elementos necesarios que dan solidez y seguridad a la hora de una clase y una dotación de herramientas epistemológicas que den cimientos del cómo podemos entender el desarrollo de pensamiento que ha tenido el hombre para abstraer esos elementos conceptuales, y de esta forma pensar en cómo podemos enseñarla.

Con respecto a las herramientas epistemológicas que se propone en el documento titulado "*Concepciones de probabilidad"* son tres grandes categorías: la probabilidad clásica, la cual a través de la historia fue de las primeras concepciones que tuvo el hombre al querer siempre tener la ventaja o el control sobre las situaciones, en este caso hacemos referencia al juego de azar; por lo tanto, ésta es comúnmente conocida como:

$$P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{Número\ de\ casos\ favorables}{Número\ de\ casos\ posibles}$$

La probabilidad frecuentista, la cual está ligada a la idea de que la frecuencia relativa converge a la probabilidad . Es de esperar que, mientras mayor sea el número de veces que se realice el experimento, esta aproximación será mejor y, en el límite, se obtendrá el valor preciso:

$$P(A) = \lim_{n \to \infty} \frac{n(A)}{n}$$

La frecuencia relativa observada de un evento se aproxima a la probabilidad del evento; es decir, la probabilidad a priori, puede ser corroborada a posteriori, por lo tanto, el criterio frecuentista parece no contraponerse con el criterio clásico.

Finalmente, la probabilidad subjetiva, la cual permite a un individuo asignar una medida de probabilidad a cualquier proposición lógica, expresando su grado de creencia sobre la ocurrencia de un evento, con base en su intuición personal, sentimiento, sentido común, tal y como lo manifestaría en una apuesta de juego; por lo general, la asignación subjetiva de probabilidades lleva consigo emociones, optimismo, pesimismo, deseo que ocurra o de que no ocurra.

Mientras que la probabilidad clásica y la probabilidad frecuencial de un evento se refieren a un valor fijo constante, la probabilidad subjetiva es una variable que puede y debe variar, en función de la nueva información recibida respecto del evento; esta manera de proceder, por cierto, es mucho más acorde a los lineamientos del método científico.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- S.a (s.f) *Concepciones de probabilidad.* Documento web**.** Recuperado de http://profesores.dcb.unam.mx/users/gustavorb/Probabilidad/PE12.pdf
- Anonimo (s,f). *MAHABHARATA El mayor poema épico de la India*, Tomo I. Recuperado de https://edoc.site/mahabharata-tomo-i-pdf-free.html

# DOBLANDO PAPEL PARA DESDOBLAR ARGUMENTOS

**Adonai Alba Carvajal**
aalbac@upn.edu.co, Universidad Pedagógica Nacional (Bogotá –Colombia)

**Diana Margarita Velandia Cruz**
dmvelandiac@upn.edu.co, Universidad Pedagógica Nacional (Bogotá –Colombia)

## RESUMEN

*En este poster presentamos resultados parciales de la investigación en curso que llevamos a cabo en el marco de la Maestría en Docencia de la Matemática de la Universidad Pedagógica Nacional. Para esto, diseñamos e implementamos una secuencia de tareas, con el propósito de que los estudiantes de un curso de grado octavo argumenten en la clase de geometría, lo que contribuirá a favorecer el desarrollo del pensamiento deductivo desde edades tempranas. Para esto, trabajamos la geometría del doblado del papel, atendiendo a la dificultad de acceso a los equipos de cómputo de la institución donde se lleva a cabo la investigación. Concluimos que las construcciones en papel, los hechos geométricos y definiciones propias de dicha geometría se constituyen en una base para argumentar.*

## ASPECTOS CLAVES DEL PÓSTER

En la clase de geometría tradicional no se da cabida a la argumentación teórica y en su lugar se ha privilegiado la repetición de algoritmos y memorización de fórmulas por parte de los estudiantes. Queremos contribuir en la clase de geometría a la formación del pensamiento lógico deductivo, que según Crespo (2014) es indispensable en el estudio de las matemáticas. Sin embargo, se debe tener en cuenta que, aunque en los niveles escolares no se están formando matemáticos, se está enseñando a usar la matemática y educando en la comprensión y manejo de esta ciencia (Crespo, 2014).

Para atender a la problemática expuesta, hemos planteado como objetivo general del estudio determinar la forma en que la exploración y construcción con doblado de papel, en el marco de una nueva geometría, favorece la producción de argumentos por parte de los estudiantes. Empleamos como antecedentes principales a González y Vargas (2000), quienes manifiestan que el doblado de papel se constituye en un herramienta que contribuye a procesos de pensamiento propios del hacer matemático; Crespo (2005), quien resalta la importancia de la demostración en el aula vista como argumentación teórica y no en el sentido estricto y formal de las demostraciones que producen los matemáticos; Santa y Jaramillo (2010, 2013), quienes resaltan que el doblado de papel favorece el proceso de argumentar y Boakes (2008, 2009), quien demuestra que el origami contribuye a la visualización espacial.

Como referente conceptual consideramos tres pilares, a saber, Seres Humanos con Medios (Borba y Villareal, 2005); la *geometría del doblado de papel* (Santa y Jaramillo, 2010) y la estructura del argumento (Toulmin, 1984). Todos estos elementos están estrechamente relacionados en tanto que el primer constructo refiere a la especificidad del conocimiento que surge al emplear un medio. Este medio es el papel a partir del cual nos sumergimos en una nueva geometría que da lugar a la argumentación en el aula de clase, que es nuestro segundo referente. Razón, por la que se hace necesario definir lo que entendemos por argumento.

Posteriormente presentamos los asuntos generales que abordamos en el diseño e implementación de la secuencia: ángulos, colinealidad, paralelismo y perpendicularidad. Finalmente, exponemos un fragmento de la interacción de estudiantes tomada de uno o de los episodios de clase en la que evidenciamos el surgimiento de argumentos de distinta naturaleza.

Concluimos que surgen distintos tipos de argumentos por parte de los estudiantes que se fundamentan tanto en lo teórico como en lo visual. Allí cobra gran relevancia el doblado de papel debido a que la exploración de las tareas propuestas se hace a partir de la manipulación de este medio aun cuando aspectos en el desarrollo de la psicomotricidad fina deben ser tenidos en cuenta (García 2009). También se deben considerar las limitantes del propio papel, que impide una visión amplia de las construcciones realizadas.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Blanco, L. J., y Barrantes, M. (2003). Concepciones de los estudiantes para maestro en España sobre la geometría escolar y su enseñanza-aprendizaje. *Revista latinoamericana de investigación en matemática Educativa*, *6*(2), 107-132.

Crespo, C. (2014). La importancia de la argumentación matemática en el aula. *Premisa (Revista de la sociedad argentina de educación matemática)*, *24*, 23-29.

García, C. B., y Suárez, T. O. (2009). Geometría con papel (papiroflexia matemática).*La geometría y la historia de la matemática en la enseñanza secundaria*, 21.

Santa Ramírez, Z. M., y Jaramillo López, C. M. (2010). Aplicaciones de la geometría del doblado de papel a las secciones cónicas. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, (31).

Santa Ramirez, Z. M., y Jaramillo López, C. M. (2013). Producción de conocimiento geométrico a través de la visualización. *I Congreso de Educación Matemática de América Central y del Caribe*, (págs. 1-10). Santo Domingo .

Toulmin, S., Rieke, R., y Janik, A. (1984). *An introduction reasning.* New York: Macmillan Publishing Company.

Villa, J. A., y Borba, M. (2011). humans-with-Media en la producción de conocimiento matemático. *Asocolme*, 667-673.

# CONSTRUYENDO GENERALIZACIÓN SIMBÓLICA A PARTIR DE SECUENCIAS NUMÉRICAS CON ARREGLOS GRÁFICOS

***Luisa Fernanda Hernández Barbosa - Docente***
luisahernandezbarbosa@gmail.com, *IED Alfredo Iriarte (Bogotá –Colombia)*
***Tania Tabares Pérez - Estudiante***
*taniatabares2018@gmail.com, IED Alfredo Iriarte (Bogotá –Colombia)*

## RESUMEN

*El semillero de investigación de la I.E.D. Alfredo Iriarte, Grupo de matemáticas Henri Poincaré, ha venido estudiando secuencias numéricas asociadas a arreglos gráficos, como por ejemplo los números poligonales y secuencias resultantes de los Polygasket, con el propósito de aplicar los resultados encontrados por Angarita, Gómez, Hernández (2018) para motivar a los estudiantes en la búsqueda de las regularidades presentes en las secuencias y posteriormente su representación mediante expresiones simbólicas algebraicas, fortaleciendo de este modo los procesos relacionados al pensamiento variacional dando un mayor significado a los temas que se trabajan en el aula de clase. Es así que compartimos nuestros avances en la respuesta a la pregunta ¿Qué métodos permiten determinar el término general de secuencias gráficas asociadas a arreglos gráficos?*

## ASPECTOS CLAVES DEL PÓSTER

Las secuencias numéricas con arreglos gráficos se construyen siguiendo una regla o algoritmo, y de acuerdo a su variedad permiten estudiar las regularidades presentes en ellas al formar secuencias numéricas que pueden variar de acuerdo a las características o elementos que se decidan estudiar. Estas secuencias son una herramienta fundamental para fortalecer los procesos que llevan a una generalización algebraica simbólica.

Una de las secuencias novedosas (ya que no hemos encontrado referencia a la misma) es la relacionada con uno de los elementos de la familia fractal llamada por Strichartz (2000) como *Polygasket* que se forman tomando $n$ vértices $q_1, q_2, q_3, \cdots, q_n$ de un polígono regular de lados, y las similitudes contractivas $F_j x = r_n\left(x - q_j\right) + q_j$ con puntos fijos $q_j$. Se elige la razón de contracción , tal que las imágenes de los lados originales solo se toquen. Cada Polygasket recibe su nombre de acuerdo al polígono inicial, por ejemplo, si el polígono utilizado es un pentágono, entonces se llamará Pentagasket o si el polígono es un heptágono se llamará Heptagasket. Observemos un ejemplo de uno de nuestros Polygasket.

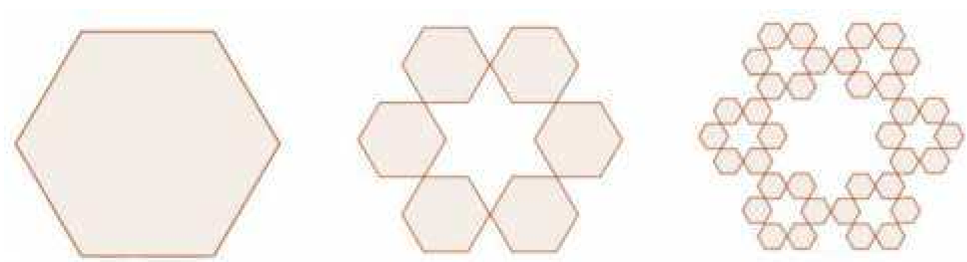


Figura 1. Hexagasket donde se observa la iteración 1, 2 y 3 respectivamente.

Como característica de estudio nos concentramos en el conteo del número de vértices que se van obteniendo en cada iteración, para luego notar la regularidad presente en los valores obtenidos reescribiendo varias veces estos valores hasta llegar a una expresión general que permita calcular cualquier término de nuestra sucesión que en este caso corresponde al n-ésimo número de vértices de los polygasket estudiados (Sierpinskigasket, Pentagasket, Hexagasket, Heptagasket…).

Veamos un ejemplo con el Pentagasket, a partir del cual obtuvimos la siguiente secuencia de acuerdo al número de vértices correspondiente a las primeras cuatro iteraciones: $5, 20, 95, 365\ldots$

Reescribiendo la secuencia encontramos lo siguiente:

**It.1** $5 = 5$

**It.2** $20 = 5 \times 5 - 5 = 5 \times (5 - 1) = 5^2 - 5$

**It.3** $95 = 20 \times 5 - 5 = 5 \times (5 \times (5 - 1) - 1) = 5^3 - 5^2 - 5$

**It.4** $365 = 95 \times 5 - 5 = 5 \times (5 \times (5 \times (5 - 1) - 1) - 1) = 5^4 - 5^3 - 5^2 - 5$

Por lo que para la iteración , se puede afirmar que el número de vértices es:

**It.n** $5^n - 5^{n-1} - \cdots - 5^3 - 5^2 - 5$

Ahora, con ésta última expresión se puede observar la relación que existe entre los exponentes de las potencias de 5 con la iteración a la que se hace referencia, por lo que podemos deducir que el número de vértices es:

$V_n = 5^n - \sum_{i=1}^{n-1} 5^i$ donde $V_n$ es el número de vértices en la iteración n-ésima.

A partir de esta expresión se llegó a la fórmula general:

$$V_n = 5^n \left(\frac{3}{4}\right) - \frac{5}{4}$$

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS


Angarita, R., Gómez, S., Hernández, L., (2018) Generalización a partir de secuencias gráficas con formas fractales (Tesis de Master no publicada). Pontificia Universidad Javeriana.

Strichartz, R. Evaluating integrals using self-similarity, The American Mathematical Montly Vol. 107, Nº. 4 (2000), p. 323

# LA REALIZACIÓN DE APLICATIVOS CON SCRATCH COMO UNA FORMA DE REFLEXIÓN DOCENTE

**Miguel Ángel Hurtado Benavides**
mhurtado2009@hotmail.com, Institución Educativa Fagua (Chía – Colombia)

## RESUMEN

*Con la práctica el docente se encuentra con diferentes dificultades antes, durante y después de la clase, lo cual, hace que reflexione sobre su forma de preparar las clases, aumentando su experiencia y su conocimiento profesional. En este póster se presenta una experiencia en el uso de un aplicativo por niveles de dificultad, realizado por el autor en el lenguaje de programación de Scratch, para la clase de matemáticas del grado 7° de la Institución Educativa Fagua, el cual consiste en la simulación de una balanza, de donde aparecen en cada plato un lado de una ecuación de la forma ax + b = c, en la que los estudiantes deben solucionar cada ecuación obedeciendo de forma intuitiva al equilibrio estático de la balanza, con lo cual se generan, para el profesor, situaciones de reflexión para la mejora de la clase y así desarrollar el pensamiento didáctico.*

## ASPECTOS CLAVES DEL PÓSTER

En este documento se da a conocer un aplicativo sobre ecuaciones lineales, realizado por el autor con el lenguaje de programación de Scratch, el cual se puede obtener desde https://scratch.mit.edu/projects/235827480/#fullscreen. Este aplicativo fue realizado para la clase de matemáticas de grado 7° de la Institución Educativa Fagua, el cual consiste en la simulación de una balanza, donde aparece en cada plato un lado de una ecuación de la forma ax + b = c, vea figura 1.


Figura 1. Pantalla de aplicativo de Ecuaciones con balanza en Scratch

Este aplicativo viene por niveles de dificultad, para empezar se debe hacer click en  y luego aparece una pantalla con los números 1, 2 y 3 que corresponden a los diferentes niveles de dificultad, se debe dar click a algún número de estos, y aparece una pantalla como la de la figura 1. En estas pantallas se debe resolver las ecuaciones, donde el valor de la incógnita se debe escribir en la ventana inferior. Si la respuesta no es correcta la balanza se inclina hacia el lado que dé el resultado mayor, si la respuesta es correcta la balanza se equilibra.

La construcción de un aplicativo para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, nos invita a reflexionar en nuestra labor docente, ya que, cada vez que se trabaja el aplicativo con los estudiantes, surgen algunos problemas tanto técnicos como de conceptos matemáticos.

Según Evely & Pluvinage (2014) los procesos de reflexión antes, durante y después de la actividad matemática que se desarrolla en clase, siguen un modelo cíclico, el cual está distribuido de la siguiente forma:

1. **Reflexión para la acción**: comprende la temática de estudio, diseño y selecciona los recursos que implementará en el aula.
2. **Reflexión en la acción**: está presente en la interacción del profesor y el estudiante cuando el profesor establece esa relación mediática entre el conocimiento y el estudiante.
3. **Reflexión sobre la acción**: cumple una función crítica de lo ocurrido en el aula.

Por ejemplo, para el caso del aplicativo aquí expuesto:

1. **Reflexión para la acción**: el aplicativo podría ser rediseñado o mejorado en el sentido de anexar la representación de objetos de la vida cotidiana en lugar de la ecuación como tal.
2. **Reflexión en la acción**: los estudiantes realizan preguntas de cómo se debe trabajar el aplicativo, si escribiendo en la ventana inferior o de pronto sería mejor arrastrar los objetos en estudio. Lo cual da una nueva idea para el mejoramiento del aplicativo.
3. **Reflexión sobre la acción**: después de la experiencia en aula, se debe realizar las mejoras al aplicativo para una futura experiencia.

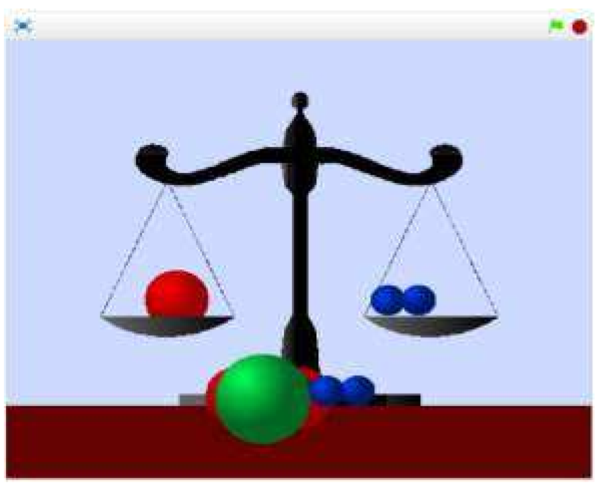


Figura 2. Pantalla de aplicativo mejorado de Ecuaciones con balanza en Scratch

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Evely, S. & Pluvinage, F. (2013). *Reflexiones de profesores de matemáticas sobre aspectos relacionados con su pensamiento didáctico*. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa. Número 17. Consultado el [8/7/2018] en http://www.scielo.org.mx/pdf/relime/v17n1/v17n1a5.pdf.